SCHRIFTEN ZUR WIRTSCHAFTSTHEORIE UND WIRTSCHAFTSPOLITIK

Jens Bruderhausen

Zahlungsbilanzkrisen bei begrenzter Devisenmarkteffizienz

Ein kapitalmarkttheoretischer Ansatz



SCHRIFTEN ZUR WIRTSCHAFTSTHEORIE UND WIRTSCHAFTSPOLITIK

Jens Bruderhausen

Zahlungsbilanzkrisen bei begrenzter Devisenmarkteffizienz

Die Arbeit untersucht, unter welchen Umständen das von makroökonomischen Fundamentalvariablen losgelöste und damit scheinbar irrationale Imitationsverhalten von Devisenmarktteilnehmern zu Zahlungsbilanzkrisen führen kann. In einem eigens entworfenen stochastischen Modell des Beharrungs- und Imitationsverhaltens der Devisenmarktteilnehmer wird der letztgenannte Fall durch die je nach Parameterkonstellation unterschiedlichen komplexen Modelldynamiken begünstigt. So kann z.B. bei bimodalen stationären Lösungen des Interaktionsmodells ein hohes Imitationsverhalten marktstabilisierend wirken. Gerade das Imitationsverhalten wird aber in vielen theoretischen Modellen als Ausgangspunkt von Krisen herangezogen und gilt auch im empirischen Einzelfall als Auslöser (z.B. beim Herding von Fondsmanagern in der Asienkrise) oder als Transformator (z.B. in der Rußlandkrise) von Krisen.

Jens Bruderhausen wurde 1970 in Hamburg geboren. Von 1990 bis 1996 studierte er Volkswirtschaftslehre an der Universität Hamburg. 1998 wurde er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Allgemeine Volkswirtschaftslehre der Universität der Bundeswehr Hamburg, wo er gegenwärtig noch tätig ist. Promotion 2003.

Retrodigitization in 2018

www.peterlang.com

Zahlungsbilanzkrisen bei begrenzter Devisenmarkteffizienz

Schriften zur Wirtschaftstheorie und Wirtschaftspolitik

Herausgegeben von
Rolf Hasse, Jörn Kruse, Wolf Schäfer, Thomas Straubhaar
und Klaus W. Zimmermann

Band 29



PETER LANG
Frankfurt am Main · Berlin · Bern · Bruxelles · New York · Oxford · Wien

Jens Bruderhausen

Zahlungsbilanzkrisen bei begrenzter Devisenmarkteffizienz

Ein kapitalmarkttheoretischer Ansatz



Europäischer Verlag der Wissenschaften

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.



This book is available Open Access thanks to the kind support of ZBW – Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft.
Zugl.: Hamburg, Univ. der Bundeswehr, Diss., 2003

Gedruckt mit Unterstützung
der Universität der Bundeswehr Hamburg.

Gedruckt auf alterungsbeständigem,
säurefreiem Papier.

D 705
ISSN 1433-1519
ISBN 3-631-51890-0
ISBN 978-3-631-75012-4 (eBook)

Printed in Germany 1 2 4 5 6 7

www.peterlang.de

Danksagung

An erster Stelle danke ich Prof. Dr. Franco Reither für die sorgfältige Betreuung im Verlauf des Entstehens dieser Arbeit. Verpflichtet bin ich ihm auch für die sorgfältige akademische Unterweisung, die er mir als seinem Mitarbeiter zukommen ließ. Danken möchte ich ebenfalls Prof. Dr. Alexander Karmann für die Anfertigung des Zweitgutachtens. Auch seine Anmerkungen waren mir eine wertvolle Hilfe. Dank gebührt darüber hinaus meinen Eltern. Ohne ihren Rückhalt hätte ich die vorliegende Arbeit weder beginnen noch abschließen können.
Selbstverständlich gehen alle Fehler und Auslassungen zu meinen Lasten.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Symbolverzeichnis

Kapitel 2

Arabische Symbole

a	$a \equiv \delta V$
b_{t+1}	$b_{t+1} \equiv G_{t+1} - r^*V + R_t - \bar{R}$
$\bar{C}$	Vgl. Beziehung (2.24), Seite 45
D	Heimische Entstehungskomponente von M
$\bar{D}$	Vgl. Beziehung (2.9), Seite 33
E_t	Erwartungswertoperator zum Zeitpunkt t
G	Zahlungsbilanzschock
M	Geldmenge des Inlands (angebotsseitig)
P	Güterpreisniveau des Inlands (nominal)
P^*	Güterpreisniveau des Auslands (nominal)
R	Devisenreserven (in inländischer Währung)
$\bar{R}$	Kritisches Devisenreserveniveau
r	Zinssatz des Inlands (nominal)
r^*	Zinssatz des Auslands (nominal)
S	Wechselkurs (Inlandswährung zu Auslandswährung, nominal)
$\bar{S}$	Fixierter Wechselkurs
$\tilde{S}$	Schattenwechselkurs
t	Beliebiger Zeitpunkt
V	Auslandsverschuldung
W	Dichtefunktion (hier: Normalverteilung)
w	Verteilungsfunktion (hier: Normalverteilung)

Griechische Symbole

α_0	Autonome Komponente der inländischen Geldnachfrage
α_1	Semi-Zinselastizität der inländischen Geldnachfrage
β_0	$\beta_0 \equiv (\alpha_0 - \alpha_1)P^*$
β_1	$\beta_1 \equiv \alpha_1 P^*$
γ	Eintrittswahrscheinlichkeit einer Abwertung (vgl. Abschnitt 2.3.2 und Kapitel 4)

Griechische Symbole

δ	Erwartete Abwertungsrate, Seite 51
ε	Störvariable (White-Noise), Seite 35
ζ	Störvariable (White-Noise), Seite 33
ρ	Vgl. Beziehung (2.10), Seite 33
σ^2	Varianz von W
υ	Störterm, vgl. Beziehungen (2.9) und (2.13), Seiten 33 und 35
Φ	$\Phi(\upsilon_t) \equiv p(\upsilon_t)(E_t[\tilde{S}_{t+1}\vert\zeta_{t+1} > \bar{C} - \rho\upsilon_t] - \bar{S})$
$\bar{B}$	Vgl. Abschnitt 2.3.1
$\bar{C}$	Vgl. Abschnitt 2.3.1
$\tilde{D}$	Vgl. Abschnitt 2.2.3
$\tilde{D}'$	Vgl. Abschnitt 2.2.3
T	Zeitpunkt, an dem eine bestimmte Bedingung erfüllt ist
$\bar{\gamma}$	Vgl. Abschnitt 2.3.1

Kapitel 3

Arabische Symbole

$\mathfrak{a}$	Vgl. Beziehung (3.3), Seite 77
$D^{(n)}$	Kramers-Moyal-Koeffizient n-ter Ordnung
F	Nicht spezifizierte Funktion (Beispiel)
f	Nicht spezifizierte Funktion, vgl. Beziehung (3.21), Seite 83
G	Generationsrate
g	Multiplikative stochastische Komponente, vgl. Beziehung (3.57), Seite 97
$L(\alpha)$	Linearisierungskomponente, vgl. Beziehung (3.11), Seite 81
$\mathbf{L}$	Linearisierungskomponente, vgl. Beziehung (3.11), Seite 81
$\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}$	Focker-Planck-Operator
$\mathbf{L}_{\mathrm{KM}}$	Kramers-Moyal-Operator
$\mathfrak{M}$	Zahl der Agenten auf dem Devisenmarkt
$\mathfrak{m}$	Zahl der Agenten, die eine Aufgabe des Festkurses erwarten
$\mathbf{N}$	Driftkomponente der Langevin-Gleichung (3.29)
N_K	Normierungskonstante (Fokker-Planck-Gleichung)
$\hat{N}$	Vgl. Beziehung (3.16), Seite 82
P	Bedingte Dichtefunktion einer Zufallsvariablen, vgl. (3.42), Seite 3.42
Q	Stärke der Korrelation (Fokker-Planck-Gleichung)

Arabische Symbole

$\mathbf{q}$	Den Devisenmarktzustand beschreibende Variablen
$\mathbf{q}_0$	Linearisierungskonstante, vgl. Beziehung (3.9), Seite 81
q_1	Nachahmungsverhalten der Devisenmarktagenten, vgl. Beziehung (3.1), Seite 76
q_2	Reaktion des Schattenwechselkurses, vgl. Beziehung (3.3), Seite 77
R	Rekombinationsrate
s	Stabile Mode (Subscript), vgl. Beziehung (3.18), Seite 83
T_n	Durchschnittliche Erstpassierzeit
t	Zeitindex
u	Instabile Mode (Subscript), vgl. Beziehung (3.18), Seite 83
V	Potentialfunktion
$\mathbf{v}$	Eigenvektor, vgl. Beziehung (3.12), Seite 81
W	Dichtefunktion einer Zufallsvariablen
W_{st}	Stationäre Lösung der Fokker-Planck-Gleichung
$\mathfrak{w}$	Linearisierungsterm, vgl. Beziehung (3.9), Seite 81
x	Realisation der Zufallsvariablen ζ

Griechische Symbole

α	Kontrollparameter
β	Koeffizient, vgl. Beziehung (3.21), Seite 83
$\mathbf{\Gamma}$	Diffusionskomponente der Langevin-Gleichung (3.29)
δ	Delta-Funktion
ζ	Zufallsvariable, vgl. Beziehung (3.42), Seite 94
η	Approximierung des Ordnungsparameters, vgl. Beziehung (3.37), Seite 89
λ	Eigenwert, vgl. Beziehung (3.12), Seite 81
ξ	Vgl. Beziehung (3.14), Seite 82, Im Spezialfall Ordnungsparameter, vgl. Beziehung (3.21), Seite 83
σ	Varianz, vgl. Beziehung (3.80), Seite 104
$\mathbf{\Phi}$	Potentialfunktion der stationären Lösung der Fokker-Planck-Gleichung

Sonstige

$\langle\rangle$	Momente
$\mathfrak{f}$	Potential des mit der Fokker-Planck-Gleichung erfaßten Zufallsprozesses, vgl. Beziehung (3.86), Seite 105
$\mathfrak{S}$	Spektraldichte, vgl. Beziehung (3.71), Seite 102

Kapitel 4

Arabische Symbole

$\mathfrak{M}$ — $\frac{1}{2}$ der Gesamtzahl aller Devisenmarktteilnehmer

$\mathfrak{m}_-$ — Zahl der Devisenmarktteilnehmer, die eine Aufgabe des festen Wechselkurses erwarten

$\mathfrak{m}_+$ — Zahl der Devisenmarktteilnehmer, die eine Fortführung des festen Wechselkurses erwarten

p_{-+} — Übergangsrate vom Zustand (+) in den Zustand (−)

$u(q)$ — Nutzenfunktion

$V(q)$ — Potentialfunktion

Griechische Symbole

κ_1 — Beharrungsparameter

κ_2 — Anpassungsparameter

Sonstige Symbole

$\mathcal{O}(n)$ — n-te Ordnung

$\mathfrak{t}$ — $\mathfrak{t} \equiv \frac{1}{N} \left(\int_{q_-}^{q_+} \frac{1}{D^{(2)}(q) W_{st>}(q)} \, \mathrm{d}q \right)^{-1}$, vgl. Beziehung (4.29), Seite 138

$\mathfrak{d}$ — Übergangszeit in der fluktuationsdominierten Anpassungsphase

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Themenstellung

Die vorliegende Arbeit untersucht die Dynamik selbsterfüllender spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime. Der Schwerpunkt ist die Abbildung des mikroökonomischen Verhaltens privater Devisenmarktteilnehmer mit einem stochastischen Differentialgleichungssystem beziehungsweise dessen Wahrscheinlichkeitsverteilung. Damit soll eine Schwäche bislang in der Literatur diskutierter Modelle spekulativer Attacken überwunden werden, in denen eine exogene Ursache zur Änderung der Erwartungen von Devisenmarktteilnehmern über das künftige Wechselkursregime und damit zu einer Währungskrise führt. Die vorliegende Studie kritisiert daran, daß die exogene Größe in gewisser Weise willkürlich wählbar ist. Im praktischen Anwendungsfall erklären solche Modelle eine Krise erst im Nachhinein. Zur Prognose eigneten sie sich erst dann, wenn die exogene Größe stets dieselbe und überdies ihre Dynamik bekannt wäre.

Die Administrierung des (nominalen) Wechselkurses ist eine gängige wirtschaftspolitische Maßnahme.[1] Sie mündet häufig im Versuch privater Devisenmarktteilnehmer, solche Regime in sogenannten spekulativen Attacken

[1] Kim und Sheen (2002) heben verschiedene Gründe für Devisenmarktinterventionen hervor. Prominent sind unter dem Stichwort „leaning against the wind“ bekannt gewordene Bemühungen, „spekulative Übertreibungen“ in Trend oder Volatilität des Wechselkurses in eine gewünschte Richtung zu korrigieren. Eine untergeordnete Rolle spielen Profitstreben und bestandstechnische Überlegungen. Ferner gibt es empirische Hinweise, daß Zentralbanken auf Abweichungen des Kassakurses von nicht offiziell verkündeten Zielwerten

gewinnbringend auszunutzen. Spätestens seit den Ereignissen im EWS 1992/1993 wird den Privaten nachgesagt, dadurch im großen und ganzen funktionsfähige Regime zu gefährden.[2] Beschreibung und Analyse solcher Ereignisse sind Gegenstand einer umfangreichen Literatur. Im Spektrum möglicher währungspolitischer Arrangements behandelt sie neben der Wechselkursbandbreite[3] hauptsächlich die Fixierung des Kurses auf einen exakten numerischen Wert. Die vorliegende Studie konzentriert sich ebenfalls auf das letztgenannte Szenario.

Die in der Literatur diskutierten Modelle der ersten Generation[4] betonen die meistens mit der Wechselkursfixierung verbundene Absicht, geld- oder fiskalpolitische Maßnahmen zu unterstützen. Dabei ist die Kursvorgabe den letztgenannten Zielen nachgeordnet und wird deshalb im Konfliktfall angepaßt oder vollständig aufgegeben. Bei Vorhersagbarkeit eines solchen Ereignisses können private Devisenmarktteilnehmer durch Kauf beziehungsweise Verkauf der administrierten Währung zum offiziellen Kurs und entsprechenden Verkauf beziehungsweise Kauf zum nach erfolgter Anpassung herrschenden Kurs risikofrei einen Gewinn erzielen. Beispielsweise führt eine inflationäre Geldpolitik zu einem systematischen Abbau von Devisenreserven und entzieht dem administrierten Wechselkurssystem auf lange Sicht die Grundlage. Unter der gebräuchlichen Annahme von Devisenmarktteilnehmern mit homogenen Erwartungen und unendlich langem Anlagehorizont können die Agenten deshalb den Zeitpunkt, zu dem das Wechselkurssystem angepaßt werden muß, bestimmen und zu einem davor liegenden, ebenfalls eindeutig berechenbaren Zeitpunkt eine spekulative Attacke beginnen.

Empirische Untersuchungen stützen die Ergebnisse der Modelle erster Generation kaum.[5] Analysen der zweiten Generation[6] vermuten daher, daß

---

reagieren. Vgl. z.B. Almekinders und Eijffinger (1994); Dominguez (1998); Dominguez und Frankel (1993); Lewis (1995a).

[2]Vgl. z.B. Eichengreen et al. (1993).

[3]Der zentrale Beitrag auf diesem Gebiet ist Krugman (1991b). Vgl. auch die Übersicht von beispielsweise Garber und Svensson (1994); Jeanne (1999). Flood und Garber (1991) zeigen, daß eine logische Verbindung zwischen Wechselkursbandbreiten und im strengen Sinne fixierten Wechselkursen besteht.

[4]Urheber dieses Modelltyps sind Flood und Garber (1984a); Krugman (1979).

[5]Vgl. z.B. Calvo und Mendoza (1996); Dornbusch und Werner (1994); Eichengreen und Wyplosz (1993); Flood et al. (1996).

[6]Maßgebend ist hier Obstfeld (1986a).

neben objektiven makroökonomischen Fundamentaldaten auch die nicht beobachtbaren subjektiven Erwartungen von Devisenmarktteilnehmern bezüglich einer eventuellen künftigen Änderung des Wechselkursregimes über den Zeitpunkt einer spekulativen Attacke entscheiden. Letztere könnten in dem Sinne selbsterfüllend sein, daß bei genügend hohem Volumen entsprechender Devisentransaktionen möglicherweise die Notwendigkeit zur Anpassung des administrierten Wechselkurses entsteht.

Die Modellen erster und zweiter Generation zugrunde liegende Vorstellung, ein Trade-Off zwischen dem Wechselkursziel und einer konkurrierenden wirtschaftspolitischen Vorgabe sei fehlerhaft administriert oder unglaubwürdig, steht im Widerspruch zu Krisen, die sich nicht durch eine entsprechende Entwicklung der volkswirtschaftlichen Fundamentaldaten ankündigten. So verzeichneten beispielsweise die Staatshaushalte der meisten von der Asienkrise 1997/98 betroffenen Länder Überschüsse, die Unterbeschäftigung war auf einem niedrigen Niveau und die Devisenreserven nahmen zu. Das einzige Problem dieser Länder war (und ist) ein ungeeignet regulierter Finanzsektor. Dies gilt manchen Autoren[7] jedoch nicht als entscheidende Ursache der Attacke, weil der Mißstand zum damaligen Zeitpunkt bekannt war und heute die Zinssätze[8] nicht signifikant über den damaligen liegen. Als Ursache solcher Krisen vermuten Analysen der sogenannten dritten Generation[9] einen makroökonomischen Schock, den Vorgänge im Finanzsektor[10] verstärken. Neben Realschocks[11] sind auch – analog zu den Modellen zweiter Generation – selbsterfüllende Erwartungen der privaten Devisenmarktteilnehmer[12] Gegenstand der Untersuchungen.

Die vorliegende Studie empfindet es als unbefriedigend, daß Modelle mit selbsterfüllenden Erwartungen der Devisenmarktagenten eine spekulative Attacke letztlich auf einen exogenen Anlaß zurückführen. Solche Ansätze

[7] Vgl. z.B. Aghion et al. (1999a,b); Chang und Velasco (1999); Diamond und Rajan (2000a); Radelet und Sachs (1998a,b).

[8] Vgl. Aghion et al. (2000).

[9] Sehr einflußreich war die Kritik von Bjonnes et al. (2002); Furman und Stiglitz (1998); Krugman (1999); Radelet und Sachs (1998b) an den Modellen erster und zweiter Generation. Wichtige Modelle dritter Generation stammen von Aghion et al. (1999a,b); Chang und Velasco (1999); Krugman (1999).

[10] Sogenannter Finanzakzelerator. Vgl. Bernanke et al. (1999).

[11] Vgl. z.B. Aghion et al. (1999a,b).

[12] Vgl. z.B. Chang und Velasco (1999); Krugman (1999); Radelet und Sachs (1998a).

können erst im Nachhinein eine bestimmte Krise erklären und eignen sich nicht zur Prognose des Zeitpunkts einer Attacke. Bislang in der empirischen Literatur herangezogene Vorhersageverfahren versuchen meistens, in Anlehnung an die genannten Modelle, mit historischen Daten eine Näherungsgröße für das Verhalten der Devisenmarktteilnehmer, oftmals als „Index für den spekulativen Druck" bezeichnet, zu bestimmen.[13] Zunächst sind dafür geeignete Variablen zu finden und zu gewichten.[14] In einem zweiten Schritt ist der Indikatorwert festzulegen, ab dessen Über- oder Unterschreiten eine Währungskrise vorliegt. Dies hängt nicht unwesentlich von der Methode ab, mit der eine Krisenperiode definiert wird.[15] Sie vertrauen dabei darauf, daß die Devisenmarktteilnehmer stets in der selben, eindeutigen Weise auf bestimmte makroökonomische Daten reagieren.

Bei allen bislang genannten Ansätzen wird (mehr oder weniger ausdrücklich) die These vertreten, die Erwartungsbildung und das Verhalten der Teilnehmer auf mikroökonomischer Ebene seien auf der makroökonomischen Ebene irrelevant, weil Agenten, die den an den volkswirtschaftlichen Fundamentaldaten zu bemessenden langfristig gleichgewichtigen Wechselkurs nicht kennen, und deren Verhalten in diesem Sinne als Spekulation zu bezeichnen ist, keinen destabilisierenden Einfluß auf makroökonomischer Ebene hätten. Marktteilnehmer, welche den langfristig gleichgewichtigen Wechselkurs ken-

[13] Vgl. insbesondere Eichengreen et al. (1994, 1995); Frankel und Rose (1996); Kaminsky und Reinhart (1999). Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß andere empirischen Studien auf dem Markov-Regimewechselmodell (vgl. grundlegend Diebold et al. (1994); Hamilton (1988, 1990)) beruht. Siehe beispielsweise Chang und Velasco (1998); Clarida et al. (2001); Corsetti et al. (1998a); Eichengreen et al. (1996); Engel und Hakkio (1996); Frankel und Rose (1996); Goldstein und Reinhart (1999); Hsieh (1994); Jeanne (1999); Jeanne und Masson (2000); Kaminsky et al. (1998); Martinez Peria (1999a); Reagle und Salvatore (2000); Salvatore (1999).

[14] Die folgenden Größen gelten als besonders geeignet: Das Leistungsbilanzdefizit, die Gesamtverschuldung in v.Hd. des Brutto-Inlandsprodukts (BIP), die kurzfristigen Schulden in v.Hd. des BIP, das um Direktinvestitionen bereinigte Leistungsbilanzdefizit in v.Hd. des BIP, der auf die Auslandsverschuldung zu leistende Dienst in v.Hd. des Exports und die durchschnittliche Zahl an Monaten, welche die Importe aus den Devisenreserven finanziert werden können. Vgl. insbesondere Chang und Velasco (1998); Corsetti et al. (1998a,b); Dornbusch et al. (1995); Eichengreen et al. (1996); Frankel und Rose (1996); Goldfajn und Valdeés (1997); Goldfajn und Valdés (1996); Goldstein und Reinhart (1999); Kaminsky et al. (1998); Kaminsky und Reinhart (1998); Sachs et al. (1996); Salvatore (1999); Werner (1996).

[15] Vgl. insbesondere Frankel und Rose (1996); Goldfajn und Valdés (1998); Kaminsky und Reinhart (1999); Meese und Rose (1996).

nen, und in diesem Sinne als Arbitrageure fungieren, brächten den Spekulanten Verluste bei. Letztere schieden daraufhin aus dem Markt, ohne ein (entscheidendes) Abweichen des realisierten Kurses vom langfristig gleichgewichtigen Wechselkurs bewirkt zu haben.

Dieser Einschätzung stehen sowohl die schlechten empirischen Ergebnisse der angeführten Währungskrisenmodelle als auch die jüngeren Erkenntnisse der (allgemeinen) Kapitalmarkttheorie entgegen. Die vorliegende Studie kritisiert, daß die Literatur zu spekulativen Attacken diese Sachverhalte bislang nicht im erforderlichen Maß aufgegriffen hat. Insbesondere fehlt eine konsequente modellhafte Abbildung des mikroökonomischen Verhaltens der Devisenmarktteilnehmer, die sich der Änderung (selbsterfüllender) Erwartungen annimmt. Ausgangspunkt der hier vorgeschlagenen Lösung dieses Problems sind folgende Überlegungen: Zentraler Bestandteil üblicher Währungskrisenmodelle ist eine deterministische Differentialgleichung beziehungsweise ein System solcher Beziehungen. Deren (lokal) stabile Lösungen bestimmen, welchen Gleichgewichtswert das Modell nach einer exogenen Störung (z.B. dem angesprochenen Erwartungswechsel der Devisenmarktteilnehmer) künftig einnehmen wird. Eine spekulative Attacke bedeutet in diesem Rahmen, den Anfangswert des Differentialgleichungssystems (und damit die Integrationskonstante) so festzusetzen, daß ein Wert in der attrahierenden Umgebung des entsprechenden Gleichgewichts eingenommen wird.[16] Dieser Ansatz ist fragwürdig, wenn – wie im Fall selbsterfüllender spekulativer Attacken – der zu wählende Anfangswert nur in unbefriedigender Weise begründet werden kann.

Ein Teil der wechselkurstheoretischen Literatur begegnet diesem Sachverhalt, indem sie das Verhalten von Marktteilnehmern auf mikroökonomischer Ebene nachvollzieht.[17] Im einzelnen muß dabei erörtert werden, in welchem Grade die Teilnehmer homogen sind, welche Handelsstrategie sie verfolgen, welche Beziehungsstruktur zwischen ihnen herrscht und wie Informationen, die Aufschluß über den künftigen Wechselkurs geben könnten, zwischen ihnen diffundieren. Insgesamt sind die Investitionsentscheidungen

[16] Vgl. Krugman (1991a).
[17] Vgl. für eine Literaturübersicht Lyons (2001).

der Marktteilnehmer voneinander abhängig und es können Gruppen einheitlich handelnder Agenten mit variabler Größe entstehen.

Die genannten Vorgänge modellhaft durch Vorgabe fester Beziehungen und Strategien[18] erfassen zu wollen, ist problematisch, weil eine realistische Struktur so kompliziert wäre, daß sie nicht analysiert werden könnte. Ferner gäbe die gewählte Beziehungsstruktur die zu untersuchenden Eigenschaften spekulativer Attacken indirekt vor. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, fassen einige Autoren[19] den Devisenhandel als eigenständigen stochastischen Prozeß auf, in dem ein Marktteilnehmer mit gewisser Wahrscheinlichkeit die Aktion eines anderen Händlers imitiert. Letztere besteht aus der Abgabe eines eigenen oder der Annahme eines bestehenden Gebots und umfaßt unter anderem Angaben über die zu handelnde Menge und den gewünschten Kurs.[20] Im Gegensatz dazu treffen nach traditioneller Sichtweise (Arrow-Debreu-Modell) Anbieter und Nachfrager zufällig[21] aufeinander. Der Kurs wird dabei so angepaßt, daß der Markt zu jedem Zeitpunkt geräumt ist.

Wird das Imitationsverhalten auf eine endliche Zahl von Devisenmarktagenten übertragen, so bilden sich Cluster, deren Mitglieder untereinander keinen Handel treiben und nach außen einheitliche Handelsbeziehungen haben. Es besteht die Wahrscheinlichkeit, daß Marktteilnehmer einem bestimmten Cluster beitreten oder ihn verlassen. Sie ist von deren Bereitschaft zu kooperativem Verhalten geprägt. Eine Änderung dieser Wahrscheinlichkeit ist daher eine für den Investitionskalkül aller Spekulanten bedeutende Information und führt zu Wanderungsbewegungen zwischen den Clustern, was wiederum mit einer spekulativen Attacke gleichbedeutend sein kann.

Die vorliegende Studie möchte diesen Sachverhalt als System stochastischer Differentialgleichungen darstellen. Wie zu zeigen sein wird, besteht das oben für das deterministische System erörterte konzeptionelle Problem hier nicht. Es gibt eine positive Wahrscheinlichkeit für den Übergang vom Attraktionsbassin eines Gleichgewichtszustands in den Attraktionsbereich eines anderen (nicht notwendigerweise benachbarten) Gleichgewichtszustands.

[18]Ein Beispiel ist die gängige prozentuale Aufteilung in Arbitrageure und Spekulanten. Vgl. z.B. Frenkel (1994, S. 176 ff.).

[19]Eine frühes Beispiel ist Kirman (1983). Vgl. insbesondere auch Aoki (1998).

[20]Vgl. beispielsweise Loistl (1994).

[21]Dies wird gelegentlich als „random matching" bezeichnet. Vgl. z.B. Ioannides (1990).

Im Unterschied zum deterministischen System vollzieht sich der Wechsel zwischen zwei Gleichgewichten des stochastischen Systems endogen. Dabei hängt die durchschnittlich für den Übertritt zwischen zwei Gleichgewichten benötigte Zeit nicht von der Eintrittswahrscheinlichkeit der einzelnen Gleichgewichte, sondern nur von den Gesetzmäßigkeiten ab, die den Übergang zwischen den oben beschriebenen Clustern regeln.

1.2 Gang der Untersuchung

Kapitel 2 diskutiert einschlägige Modelle der Literatur zu spekulativen Attacken gegen ein festes Wechselkursregime. Sie führen nur unter speziellen Voraussetzungen zu eindeutigen Ergebnissen, was auf den möglicherweise realitätsfernen Annahmen homogener Erwartungen und eines unendlichen Anlagehorizonts der Devisenmarktteilnehmer beruht. Trifft die in Kapitel 3 geäußerte Kritik an diesen Prämissen zu, ist von Agenten mit heterogenen Erwartungen und endlichem Anlagehorizont auszugehen. Dann könnte die mikroökonomische Dynamik des Angebots- und Nachfrageverhaltens von und nach Devisen auf makroökonomischer Ebene relevant sein. Kapitel 3 erörtert eine denkbare modelltechnische Umsetzung dieses Zusammenhangs, deren Bedeutung für das Eintreten spekulativer Attacken Kapitel 4 untersucht. Kapitel 5 faßt die Ergebnisse der vorliegenden Studie zusammen.

Abschnitt 2.1 gibt einen Überblick über die Literatur zu spekulativen Attacken gegen ein festes Wechselkursregime. Gängiger Analyserahmen ist das monetäre Zahlungsbilanzmodell einer kleinen offenen Volkswirtschaft. Dessen Grundzüge behandelt Abschnitt 2.2.1. Dabei geht es im Kern um die Vorhersagbarkeit einer dauerhaften Abwertung der fixierten Währung. Sie ermöglicht den privaten Devisenmarktteilnehmern das Erzielen von Arbitragegewinnen zu Lasten der Zentralbank, was gemäß Abschnitt 2.2.3 zwingend bei inflationärer Geldpolitik des wechselkursfixierenden Landes der Fall ist. Wie Abschnitt 2.2.2 erläutert, besteht keine Arbitragemöglichkeit, wenn die Geldpolitik im Mittel stabilitätsgerecht ist.

Sollte die Zentralbank des wechselkursfixierenden Landes sowohl über die künftige Wechselkurspolitik als auch die Umsetzung anderer wirtschaftspolitischer Ziele diskretionär entscheiden, hinge die Fortführung des Festkursre-

gimes davon ab, inwiefern es konkurrierende wirtschaftspolitische Wünsche behinderte. Unter der Annahme rein zufälliger Erwartungen der Devisenspekulanten hinsichtlich der künftigen möglichen Freigabe des Wechselkurses ist eine spekulative Attacke in dem Sinne selbsterfüllend, daß die Zentralbank darauf wegen der steigenden Opportunitätskosten mit der Aufgabe des Wechselkursziels reagiert und gleichzeitig von einer stabilitätsgerechten zu einer inflationären Geldpolitik übergeht. Das monetäre Zahlungsbilanzmodell hat in diesem Fall unendlich viele Gleichgewichte, wie Abschnitt 2.3.1 erläutert.

Die Annahme rein stochastischer Abwertungserwartungen der privaten Devisenmarktteilnehmer ist aber fragwürdig. Vermutlich bilden die Spekulanten ihre Abwertungserwartungen eher aufgrund stochastisch gestörter volkswirtschaflicher Rahmendaten. Unter dieser in Abschnitt 2.3.2 erörterten Voraussetzung hat das monetäre Zahlungsbilanzmodell im Unterschied zum Abschnitt 2.3.1 endlich viele Lösungen, die nur für bestimmte Werte der Rahmendaten mehrdeutig und ansonsten eindeutig sind. Es muß aber auf exogene Faktoren des Spekulantenverhaltens zurückgegriffen werden, um im Fall mehrdeutiger Gleichgewichte die Realisation einer bestimmten Lösung zu erklären.

Der letztgenannte Sachverhalt ist unbefriedigend. Wünschenswert wäre vielmehr eine Endogenisierung des Verhaltens der Spekulanten. Dies ist im Rahmen des monetären Zahlungsbilanzmodells aber vermutlich unmöglich, weil es von homogenen Devisenmarktagenten mit unendlichem Anlagehorizont ausgeht und damit die mikroökonomische Dynamik des Devisenhandels für makroökonomische Phänomene keine Relevanz besitzt (sogenanntes No-Trade-Theorem). Die in Abschnitt 3.1 erörterten theoretischen und empirischen Studien zur Informationseffizienz von Kapitalmärkten lassen hingegen vermuten, daß die Devisenmarktagenten in Wirklichkeit heterogene Erwartungen und einen endlichen Anlagehorizont haben. Die vorliegende Studie schließt sich dieser Sichtweise an und strebt an, durch eine geeignete modellhafte Abbildung des unter dieser Annahme nun für makroökonomische Ereignisse relevanten Verhaltens der Agenten auf mikroökonomischer Ebene entweder eindeutige Aussagen über den Eintritt spekulativer Attacken

zu erhalten oder wenigstens Ursachen und Dynamik des Wechsels zwischen mehrdeutigen Modellgleichgewichten zu benennen.

Dem in Abschnitt 3.1 dargelegten kapitalmarkttheoretischen Ansatz zufolge orientieren sich die Devisenmarktteilnehmer zwar einerseits wie im monetären Zahlungsbilanzmodell an makroökonomischen Fundamentalvariablen, imitieren aber gleichzeitig auch die direkt oder indirekt beobachteten Handelsentscheidungen der übrigen Devisenmarktagenten. Daraus ergeben sich zwei Verhaltenstrends, die in gleicher oder entgegengesetzter Richtung wirken können. Die so entstehende Dynamik stören aber verschiedene Marktteilnehmer mit anderen Motiven, die unter den Begriffen Noise-Händler oder Liquiditätshändler zusammengefaßt und üblicherweise in Modellen als stochastische Größe erfaßt werden.

Abschnitt 3.2 setzt die mit den beiden Trends und den Noise-Händlern gegebenen Eckwerte des Devisenmarktteilnehmerverhaltens abstrakt als Differentialgleichungssystem der beiden Trends mit einem normalverteilten Störvektor um. Unter bestimmten Bedingungen reagiert das System sehr empfindlich auf die zufälligen Störungen, in anderen Fällen ist es äußerst robust. Hinsichtlich der eingangs erwähnten selbsterfüllenden spekulativen Attacken ist diese Eigenschaft sehr wichtig. Vorausgesetzt, die Zahlungsbilanz wird unter der Annahme heterogener Erwartungen und eines endlichen Anlagehorizonts ausschließlich vom Verhalten der Devisenmarktteilnehmer bestimmt, steht ein stabiles Differentialgleichungssystem möglicherweise für eindeutige oder zumindest für stabile mehrdeutige Gleichgewichte des Modells in Abschnitt 2.3.2. Ein instabiles System deutet hingegen die Möglichkeit eines Wechsels zwischen den Gleichgewichten an. Die Stabilitätseigenschaften des Systems, also dessen deterministischen Teil, untersucht Abschnitt 3.2.2, während sich Abschnitt 3.2.3 um die stochastische Eigenschaften des Systems bemüht.

Die kombinierten Eigenschaften von deterministischem und stochastischem Teil des Differentialgleichungssystems beschreiben einen Zufallsprozeß, dessen Verteilungsfunktion z.B. näherungsweise mit Hilfe einer Fokker-Planck-Gleichung als Differentialgleichung der Wahrscheinlichkeitsdichte des Prozesses bestimmt werden kann. Die mikroökonomische Dynamik des Devisenmarktteilnehmerverhaltens über eine Verteilungsfunktion und nicht durch

die Stabilitätsanalyse eines stochastischen Differentialgleichungssystems zu untersuchen hat im vorliegenden Zusammenhang den Vorteil, daß die Beziehung der beiden Verhaltenstrends zueinander unmittelbar manipulierbar ist.

Zunächst erörtert Abschnitt 3.3.1 das Drift- und Diffusionsverhalten des genannten Zufallsprozesses und leitet daraus eine allgemeine Beziehung der Fokker-Planck-Gleichung her. Sie hat als Differentialgleichung unter Umständen eine stationäre, in jedem Fall aber nicht-stationäre Lösungen. Erstgenannte behandelt Abschnitt 3.3.2. Während für die stationäre Lösung eine formale Beziehung existiert, gibt es für die nicht-stationäre(n) Lösung(en) in der Regel keinen immer zutreffenden Ausdruck. Abschnitt 3.3.3 beschränkt sich im wesentlichen auf die Ermittlung der durchschnittlichen Wahrscheinlichkeit und des durchschnittlichen Zeitbedarfs eines Übertritts zwischen zwei beliebigen Prozeßzuständen.

Abschnitt 4.1 konkretisiert das in Abschnitt 3.2 nur schematisch modellierte Verhalten der Devisenmarktagenten durch Überlegungen zur formalen Gestalt ihrer Nutzenfunktionen und leitet daraus eine Fokker-Planck-Gleichung her. Bei der Analyse sind mehrere Aspekte zu berücksichtigen. Abschnitt 4.2.1 betrachtet wichtige Eigenschaften der stationären Lösung der Fokker-Planck-Gleichung. Beispielsweise kann ihr Mittelwert von null verschieden sein, was im monetären Zahlungsbilanzmodell für die Normalverteilung nicht ökonomisch begründbar ist. Desweiteren beschreibt die Fokker-Planck-Gleichung einen Diffusionsprozeß und hat im Gegensatz zur Normalverteilung eine nicht-stationäre Lösung, unter Umständen auch mehrere nicht-stationäre Lösungen. Sie behandelt Abschnitt 4.2.2. Ferner besteht gegebenenfalls eine wechselseitige Abhängigkeit zwischen dem aktuellen Zustand des betrachteten Zufallsprozesses einerseits sowie seinem Drift- und Diffusionsverhalten andererseits. Die Konsequenzen eines solchen, im Zeitablauf veränderlichen Aktionsmusters der Marktteilnehmer untersucht Abschnitt 4.3. Abschnitt 4.2 unterstellt hingegen ein konstantes Verhaltensmuster. Das abschließende Kapitel 5 faßt die Ergebnisse der vorliegenden Studie zusammen.

Kapitel 2

Monetäre Zahlungsbilanzkrisenmodelle

2.1 Übersicht

Wegweisend für die zeitgenössische Literatur[1] zu spekulativen Attacken gegen ein festes Wechselkursregime ist Krugman (1979). Der Autor überträgt die von Salant und Henderson (1978)[2] für vergleichbare Angriffe gegen den Goldstandard entwickelte Analysemethode[3] auf das monetäre Zahlungsbilanzmodell. Krugman erhält allerdings mehrdeutige Ergebnisse, weil er zusätzlich zur Möglichkeit einer Änderung des bislang festen Wechselkursregimes in ein flexibles Regime die Dynamik des gesamtwirtschaftlichen Realeinkommens[4] betrachtet. Erst die von Flood und Garber (1984a) eingeführte Annahme eines im Zeitablauf konstanten Volkseinkommens erlaubt – in Ver-

[1]Vgl. z.B. die Übersichtsartikel von Agénor et al. (1992); Garber und Svensson (1994); Jeanne (1999); Sola (1991). Kaminsky et al. (1998) behandeln empirische Ansätze.

[2]Die Autoren erweitern den Gedanken aus Hotelling (1931). Vgl. daneben Barsky und Summers (1988); Bordo und Ellson (1985); Flood und Garber (1984b); Garber und Grilli (1986).

[3]Im Grundsatz handelt es sich um den maßgeblich von Sargent und Wallace (1981) für eine geschlossene Volkswirtschaft untersuchten Fall eines möglichen künftigen Wechsels des monetären Regimes.

[4]Die gemeinsame Dynamik von Wechselkurs und realwirtschaftlichen Variablen untersuchen z.B. Flood und Hodrick (1986). Die Literatur diskutiert in diesem Zusammenhang auch rigides Preisverhalten im Sinne von Dornbusch (1976). Vgl. z.B. Blackburn (1988); Jeanne (1999); Willman (1988a).

bindung mit einigen anderen, noch zu diskutierenden Annahmen – eindeutige Aussagen zum Verhalten von Devisenspekulanten unter einem festen Wechselkursregime. Damit schufen die Autoren die Grundform des heute gebräuchlichen monetären Zahlungsbilanzkrisenmodells. Es wird auch als Krugman-Flood-Garber-Modell (KFG-Modell) bezeichnet.

Im Mittelpunkt des KFG-Modells steht der mögliche Konflikt[5] zwischen einem geldpolitischen Ziel und einer gleichzeitig zu erreichenden wechselkurspolitischen Vorgabe:[6] Möchte die Zentralbank mittels inflationärer Geldpolitik vorrangig eine Seigniorage erzielen, muß sie letztlich den Wechselkurs freigeben, auch wenn sie ihn temporär unter Verzehr von Devisenreserven fixieren kann. Das Modell zeigt erstens, daß unter den Annahmen perfekter Voraussicht und eines unendlich langen Planungshorizonts der Wirtschaftssubjekte der Zeitpfad des (gegebenenfalls nur vorübergehend) fixierten Wechselkurses anhand von künftigen Werten der Zahlungsbilanzposten des wechselkursfixierenden Landes bestimmbar ist. Zweitens kann die Zentralbank das Wechselkursziel nur bei genügend hohen Devisenreserven umsetzen, weil ihre Währung bei inflationärer Geldpolitik einem ständigen Abwertungsdruck unterliegt. Drittens ist die Abwertung letztlich nicht zu verhindern. Folglich strukturieren die Devisenmarktteilnehmer ihre Portfolios so um, daß die erwartete Rendite einer inländischen festverzinslichen Vermögensanlage der einer vergleichbaren ausländischen Investition entspricht. Dies führt noch bei fixiertem Wechselkurs zu entsprechenden Verkäufen der Inlandswährung und somit zur vorzeitigen Erschöpfung der Devisenreserven. Der Vorgang wird als spekulative Attacke bezeichnet. Viertens hat die Zentralbank keine Möglichkeit, die Attacke durch Interventionen abzuwehren.

Das KFG-Modell vernachlässigt die Tatsache, daß die Zentralbank diskretionär und graduell[7] zwischen wechselkurs- und geldpolitischem Ziel wäh-

[5]Siehe z.B. auch die im Vergleich zu Flood und Garber (1984a); Krugman (1979) wesentlich früheren Ausführungen von Johnson (1972).

[6]Eine empirische Übersicht der verschiedenen Gründe für eine Wechselkursfixierung geben z.B. Calvo und Reinhart (2000).

[7]Zum einen entscheidet die Zentralbank über die Höhe der Devisenreserven, bei deren Unterschreiten sie den Wechselkurs freigibt, und es besteht die Möglichkeit, sich in ausländischer Währung zu verschulden. Diesen Optimierungskalkül untersuchen z.B. Flood und Marion (1998). Zum anderen kann die Währung nach erfolgter Abwertung erneut fixiert werden. Blanco und Garber (1986); Diba und Grossmann (1987); Grilli (1986); Otani (1989); Rodriguez (1978). Dabei ist auch die Länge des zwischen den beiden Festkursre-

len kann. Dabei muß sie den durch die Wechselkursfixierung verringerten Umsetzungsgrad der monetären[8] Vorgabe gegen die Kosten[9] einer Beendigung des Festkursregimes abwägen.[10] Mit anderen Worten: Das Festkursregime unterliegt einer Ausstiegsklausel.[11] Als einer der ersten[12] Autoren bemerkt Obstfeld (1986a), daß deswegen das künftige Wechselkursregime (anders als im KFG-Modell) von der gegenwärtigen Geldpolitik unabhängig ist:[13] Sollte eine spekulative Attacke stattfinden, würde sie die Kosten der Wechselkursfixierung so stark erhöhen, daß die Zentralbank den Wechselkurs freigeben müßte. Die Erwartung der Devisenspekulanten, das Wechselkursziel würde bald aufgegeben, ist in dem Sinne selbsterfüllend, daß die Zentralbank im Nachhinein die sachlichen Voraussetzungen für diese Annahme schafft.

Wegen der selbsterfüllenden Erwartungen hat das Modell von Obstfeld (1986a) mehrere[14] Gleichgewichte, und es ist im Gegensatz zum KFG-Modell

gimen liegenden Zeitraums des flexiblen Wechselkursregimes wichtig. Vgl. Blackburn und Sola (1993). Eine weitere Möglichkeit sind Crawling Pegs. Vgl. z.B. Dornbusch (1987).

[8]Genau besehen muß jede wirtschaftspolitische Maßnahme gegen die Wechselkursfixierung abgewogen werden. Beispielsweise könnte ein Festkursregime durch Anheben des Zinsniveaus zu Lasten des Beschäftigungsniveaus gestärkt werden.

[9]Die Ausstiegskosten sind als Verpflichtungsgrad („commitment") gegenüber dem Wechselkursziel aufzufassen. Vgl. z.B. Isard (1995). Ein wichtiges Beispiel für Ausstiegskosten ist der Reputationsverlust, der dann eintritt, wenn der im Rahmen einer Anti-Inflationsstrategie eingesetzte feste Wechselkurs aufgegeben wird. Vgl. insbesondere Bensaid und Jeanne (2000); DeKock und Grilli (1993); Giavazzi und Giovannini (1989a). Ausstiegskosten können auch durch Vergeltungsmaßnahmen anderer Länder wie z.B. „beggar thy neighbour"-Abwertungen entstehen. Zu beachten ist ebenfalls, daß Wechselkurssysteme in der Regel Teil eines politischen Arrangements sind, auf dessen fortlaufende Gestaltung ein Land, welches das Festkurssystem verläßt, künftig keinen Einfluß mehr hat. Vgl. Drazen (1998). Zusammenfassend stellt sich die Frage nach dem optimalen Verpflichtungsgrad. Die für die geschlossene Volkswirtschaft grundlegenden Arbeiten von Flood und Isard (1989); Lohmann (1990a,b); Persson und Tabellini (1990) lassen sich hier übertragen. Vgl. ansonsten Fußnote 10. Ferner sei auf die inhaltlichen Überschneidungen mit der Theorie des optimalen Währungsraums verwiesen. Vgl. dazu grundlegend Mundell (1961).

[10] Der geldpolitische Opportunitätskostenkalkül in einer offenen Volkswirtschaft ähnelt dem in einer geschlossenen Wirtschaft, wie ihn Barro und Gordon (1983a) beschrieben haben. Vgl. zum Optimierungskalkül in einer offenen Volkswirtschaft bei festem Wechselkurs insbesondere Bensaid und Jeanne (1997); Obstfeld (1995); Ozkan und Sutherland (1995).

[11]Vgl. DeKock und Grilli (1993); Drazen und Masson (1994); Obstfeld (1991).

[12]Siehe aber auch Flood und Garber (1984b); Grilli (1986).

[13]Andere wegweisende Beiträge sind DeKock und Grilli (1993); Flood und Hodrick (1986); Flood und Isard (1989); Obstfeld (1994, 1997).

[14]Wissenschaftshistorisch betrachtet ist die Mehrdeutigkeit der Gleichgewichtslösungen ein gegenüber Flood und Garber (1984a); Krugman (1979) neues Merkmal. Deshalb werden

unmöglich, vorherzusagen, ob eine spekulative Attacke eintreten wird. Obstfelds Ansatz bedarf deshalb der Erweiterung. Die Literatur beschreitet hierzu im wesentlichen zwei Wege. In der einen Forschungsrichtung wird der Optimierungskalkül der Zentralbank ausdrücklich in das Modell eingebunden, d.h. die Entscheidung der Zentralbank über die Aufgabe des Wechselkursziels und das einzuschlagende geldpolitische Regime sind im Gegensatz zu Obstfeld (1986a) endogen.[15] Dabei zeigt sich, daß mehrdeutige Gleichgewichte nur dann entstehen, wenn die Politik der Zentralbank auf den Abwertungserwartungen der Devisenspekulanten in der Vorperiode beruht. Die Lösung des Modells ist eindeutig, wenn die Bank anhand der Erwartungen der laufenden Periode entscheidet.[16] In der anderen Forschungsrichtung haben die Zahlungsbilanzposten wesentlichen Einfluß darauf, ob die Gleichgewichtslösungen ein- oder mehrdeutig sind.[17] Keiner der genannten Beiträge befaßt sich meines Wissens eingehend mit der Entstehung und Veränderung der Abwertungserwartungen der Spekulanten.

Im folgenden behandelt Abschnitt 2.2 das KFG-Modell im Detail. Nach einer Darstellung seiner grundlegenden Annahmen und mathematischen Beziehungen (Abschnitt 2.2.1) wird es unter den Bedingungen einer stabilitätsgerechten (Abschnitt 2.2.2) und einer inflationären (Abschnitt 2.2.3) Geldpolitik untersucht. Danach erfolgt eine Würdigung der Ergebnisse (Abschnitt 2.2.4). Das Kursziel läßt sich nur bei stabilitätsgerechter Geldpolitik dauerhaft verwirklichen (Abschnitt 2.2.2), weil durch eine trendmäßig inflationäre Geldpolitik (Abschnitt 2.2.3) die Devisenreserven im Zeitablauf aufge-

solche Modelle häufig als „new crisis models“ (z.B. Krugman (1996)) oder als Modelle zweiter Generation (z.B. Flood und Marion (1999, 2000)) bezeichnet. Der Begriff der zweiten Generation wird oft auch für Modelle mit optimierendem Zentralbankverhalten verwendet. Dies ist sachlich nicht gerechtfertigt. Zwar zeigen solche Optimierungsmodelle sehr häufig mehrdeutige Lösungen, es gibt aber auch Ansätze mit eindeutigen Lösungen. Vgl. Corsetti et al. (1998a); Drazen (1998); Eichengreen und Jeanne (1998); Krugman (1996). Jeanne schlug deshalb den Begriff "cost-benefit approach“ vor, den z.B. Velasco (1996) aufgriff. Der nach ausführlicher Abwägung von Jeanne (1999) nahegelegte Begriff des Ausstiegsklauselmodells setzt sich zusehends in der Literatur durch und wird deshalb auch in der vorliegenden Studie verwendet.

[15]Wegweisend sind hier Jeanne (1997); Obstfeld (1994, 1996); Velasco (1996).

[16]Technisch beschrieben verwendet die Zentralbank im erstgenannten Fall den Ex-post-Zinssatz und im letztgenannten den Ex-ante-Zinssatz als Diskontierungsfaktor. Vgl. Jeanne und Masson (2000); Kehoe (1996); Krugman (1996); Obstfeld (1996).

[17]Vgl. Jeanne (1997); Jeanne und Masson (2000); Masson (1999).

braucht werden. Private Devisenmarktteilnehmer mit rationalen Erwartungen und perfekter Voraussicht haben im letztgenannten Fall deshalb einen Anreiz, bereits vor diesem Zeitpunkt ihre Bestände an Inlandswährung gegen Devisenreserven der Zentralbank zu verkaufen, was den Niedergang des Festkurssystems beschleunigt.

Abschnitt 2.3 erörtert den Einfluß der Abwertungserwartungen der Devisenspekulanten auf ein festes Wechselkursregime. Dazu wird zunächst das KFG-Modell auf der Grundlage von Flood und Garber (1984b) sowie Obstfeld (1986a) erweitert (Abschnitt 2.3.1). Wegen der unklaren Zukunft des geld- und währungspolitischen Regimes muß eine Risikoprämie auf die fixierte Währung existieren. Diese Überlegung führt zu dem in Abschnitt 2.3.2 analysiertem, auf Masson (1999) sowie Jeanne und Masson (2000) zurückgehenden Ansatz, der zwar ebenfalls auf dem monetären Zahlungsbilanzmodell beruht, sich aber vom KFG-Modell deutlich absetzt. Zusammen mit einer in Kapitel 3 vorzunehmenden Diskussion der zentralen Annahmen des monetären Zahlungsbilanzmodells[18] ist Abschnitt 2.3.2 die Grundlage eines in Kapitel 4 zu entwickelnden Ansatzes, der unter den Prämissen imperfekter Voraussicht und eines endlichen Anlagehorizonts Aussagen über die Entstehung und Veränderung der Abwertungserwartungen der Devisenspekulanten trifft und daher (im Gegensatz zum KFG-Modell) möglicherweise die Prognose selbsterfüllender spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime erlaubt. Abschnitt 2.4 faßt die Ergebnisse der Abschnitte 2.2 und 2.3 unter diesem Gesichtspunkt zusammen und skizziert einige Ansätze aus der Literatur zu spekulativen Attacken, die bereits näher auf die Erwartungsbildung der Spekulanten eingehen.

2.2 Geldpolitik und fester Wechselkurs

2.2.1 Modellrahmen

Grundlage der literaturüblichen Analyse spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime ist das dynamische monetäre Zahlungsbilanzmodell

[18] Gemeint sind die Prämissen perfekter Voraussicht und eines unendlichen Anlagehorizonts der privaten Devisenmarktakteure.

einer kleinen, offenen Volkswirtschaft.[19] Alle ausländischen Variablen sind exogen und werden vereinfachend konstant gesetzt. Das gilt insbesondere für das ausländische Güterpreisniveau P^* und den Auslandszinssatz r^*. Die Weltwirtschaft produziert annahmegemäß ein homogenes, handelbares und nicht lagerfähiges Gut[20] in konstanter Menge. Damit ist die Kaufkraftparität (2.1) erfüllt.

Kapital kann im Inland zum nominalen Zinssatz r_t und im Ausland zum konstanten Satz r^* angelegt werden. Ausländisches Geld ist zinslos und deshalb für die inländischen Privaten keine Anlagealternative. Ferner halten ausländische Investoren kein inländisches Geld. In- und ausländische Kapitalanlagemöglichkeiten sind perfekte Substitute.[21] Damit gilt die ungesicherte internationale Zinsparität (2.2). S_t ist der nominale Wechselkurs (Preis der ausländischen Währung in Inlandswährung), und $E_t[S_{t+1}]$ ist der zum Zeitpunkt t gebildete Erwartungswert[22] bezüglich des Kurses der Folgeperiode.

$$P_t = S_t P^* \tag{2.1}$$

$$r_t = r^* + \frac{E_t[S_{t+1} - S_t]}{S_t} = r^* + \frac{E_t[S_{t+1}] - S_t}{S_t} \tag{2.2}$$

Die inländische reale Geldnachfrage[23] (2.3) hängt von der (autonomen) Güternachfrage α_0 und vom Inlandszins mit der Elastizität α_1 ab. Ferner wird vollständige Preisflexibilität angenommen, so daß reale Variablen gegenüber dem Wechselkurs exogen sind.[24] Das Geldangebot (2.4) besteht aus der von

[19] Vgl. Dornbusch (1976); Frenkel und Johnson (1976); Johnson (1972); Mussa (1974).

[20] Auf weiterführende Aspekte im Verhältnis spekulativer Attacken zum Produktionssektor geht die vorliegende Studie nicht ein. Vgl. z.B. Blackburn (1988); Blackburn und Sola (1993); Calvo (1987); Claessens (1991); Connolly und Taylor (1984); Flood und Hodrick (1986); Goldberg (1991); Willman (1988b).

[21] Die Annahme perfekter Kapitalsubstitutionalität wird in Abschnitt 2.3.2 aufgegeben.

[22] Es werden rationale Erwartungen unterstellt. Vgl. Abschnitt 3.1.

[23] Die hier gewählte modellhafte Abbildung der Geldnachfrage beruht auf Cagan (1956); Sargent und Wallace (1973). Die reale Geldnachfrage soll stets positiv sein. Der Einfluß des Realeinkommens auf die Geldnachfrage wird pauschal im Achsenabschnitt α_0 erfaßt, d.h. die unterstellte Volkswirtschaft ist stationär. Im nicht-stationären Fall ergäben sich qualitativ identische Ergebnisse.

[24] Siehe z.B. Blackburn und Sola (1993) für ein Modell spekulativer Attacken bei endogenem Output und fehlender Kaufkraftparität.

der Zentralbank kontrollierten heimischen Komponente D und den Devisenreserven[25] R.[26]

$$\frac{M_t}{P_t} = \alpha_0 - \alpha_1 r_t > 0, \quad \text{mit } \alpha_0, \alpha_1 > 0 \tag{2.3}$$

$$M_t = D_t + R_t. \tag{2.4}$$

Die Beziehungen (2.1) bis (2.3) beschreiben den Zeitpfad des Wechselkurses als inhomogene Differenzengleichung erster Ordnung:

$$M_t = (\beta_0 + \beta_1)S_t - \beta_1 E_t[S_{t+1}] \tag{2.5}$$

$$\text{mit } \beta_0 \equiv (\alpha_0 - \alpha_1)P^* \quad \text{und} \quad \beta_1 \equiv \alpha_1 P^*. \tag{2.6}$$

Verfolgt die Zentralbank ein Wechselkursziel der Höhe $\bar{S}$, muß sie Änderungen des Nachfrageverhältnisses zwischen in- und ausländischen Wertpapieren durch nicht sterilisierte Interventionen am Devisenkassamarkt ausgleichen.[27] Der Devisenreservebestand variiert daher gemäß folgender Beziehung:

$$R_t = \beta_0 \bar{S} - D_t. \tag{2.7}$$

Die Umsetzbarkeit des Wechselkursziels beruht deswegen auf der dauerhaften Verfügbarkeit von Devisenreserven. Diese Bedingung wäre auf einem perfekten internationalen Kapitalmarkt erfüllt, da sich die Zentralbank der Höhe und der Dauer nach unbegrenzt verschulden könnte.[28] Tatsächlich sind weder ausländische Gläubiger zur unbedingten Kreditvergabe bereit noch hält

[25] Bewertet in Inlandswährung. Vereinfachend sollen die Reserven nicht zinstragend sein.

[26] Die Zentralbankgeldmenge soll mit der umlaufenden Geldmenge identisch sein. Ferner wird von Devisenverbindlichkeiten, Zentralbankkrediten an Geschäftsbanken und anderen Positionen der Zentralbankbilanz abgesehen. Velasco (1987) bezieht den Geschäftsbankensektor ein.

[27] Vollständige Sterilisation ist im gegebenen Modellrahmen gleichbedeutend mit der Aufgabe des Wechselkursziels. Flood et al. (1996) zeigen, daß Sterilisation die Währungsattacke in den Bonds-Markt verschiebt. Gemäß Willman (1988b) ist die Beziehung für die Zinsparität (2.2) um eine bonds-basierte Risikoprämie zu ergänzen.

[28] Die Zentralbank müßte dazu heimische Aktiva verkaufen und erzielte dadurch bei perfekter Kapitalmobilität einen Reservezufluß in wertmäßig gleicher Höhe. Die Nettoverschuldung des öffentlichen gegenüber dem privaten Sektor wäre dann unverändert. Buiter (1987) untersucht einen Fall, in dem die Emission inländischer Schulden teurer als die Kreditaufnahme in Fremdwährung ist, so daß ein Verkauf inländischer Schulden die Situation des öffentlichen Sektors verschlechtert.

die Zentralbank unbeirrt am Wechselkursziel fest, wenn andersartige soziale Kosten[29] den Nutzen der Wechselkursfixierung überwiegen. Daher ist davon auszugehen, daß die Zentralbank den Wechselkurs nach dem interventionsbedingten Abbau der Devisenreserven auf das kritische Niveau $\bar{R}$ dauerhaft[30] freigibt. Um mehrdeutige Lösungen der Differenzengleichung (2.5) zu vermeiden, wird $\bar{R} \geq 0$ angenommen.

Der zum Zeitpunkt T, an dem das kritische Reserveniveau erreicht wird, markträumende (flexible) Wechselkurs kann durch rekursives Lösen der Differenzengleichung (2.5) unter der Annahme perfekter Voraussicht und eines unendlichen Anlagehorizonts[31] der Devisenmarktteilnehmer eindeutig bestimmt werden. Diese Schattenwechselkurs genannte Lösung von (2.5) lautet:

$$\tilde{S}_T = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\beta_1}{\beta_0 + \beta_1} \right)^i E_T[D_{T+i} + \bar{R}]. \tag{2.8}$$

Sie gibt den Wechselkurs an, der sich unmittelbar nach einer erfolgreichen spekulativen Attacke im Zeitpunkt T einstellen würde.

Im folgenden werden die Bedingungen untersucht, unter denen die Zentralbank das Wechselkursziel verwirklichen kann. Dabei ist der Schattenwechselkurs für die Beschreibung von Währungskrisen zentral, denn er gibt an, ob private Devisenspekulanten in einem arbitrageähnlichen Prozeß die

---

[29] Vgl. auch Abschnitt 2.3.1.

[30] Die Literatur diskutiert für den Zeitpunkt nach der spekulativen Attacke verschiedene Wechselkursregime. Erstens könnte die Zentralbank durch Leihe von Devisenreserven das Festkursregime verlängern. Vgl. z.B. Obstfeld (1986b); van Wijnbergen (1988, 1991). Dabei beeinflußt der Zeitpunkt der Verschuldung im Ausland die Wirksamkeit der Maßnahme erheblich. Vgl. z.B. Buiter (1987). Zweitens könnten die Spekulanten durch Kapitalverkehrskontrollen am Abzug ihrer Einlagen gehindert werden. Vgl. z.B. Bacchetta (1990); Dellas und Stockman (1993); Eichengreen et al. (1998); Mendoza (1991); Wyplosz (1986a). Drittens könnte die Zentralbank auf eine wechselkurszielfreundliche Geldpolitik (vgl. Abschnitt 2.2.3) umschwenken. Vgl. z.B. Drazen und Helpman (1988); Edwards und Montiel (1989). Viertens wird in der Praxis bei Auftreten erster Anzeichen einer Währungskrise häufig ein Currency-Board eingerichtet. Vgl. z.B. Ghosh et al. (2000).

[31] Die allgemeine Lösung der Differenzengleichung (2.5) besteht aus der Sattelpfadlösung (2.8) und einem Term der Form $K\zeta_t[(\beta_0 + \beta_1)/\beta_1]^t$,wobei K eine beliebig wählbare Konstante und ζ_t ein stochastischer Prozeß mit $E_t[\zeta_{t+1}] = \zeta_t$ ist. Die Annahme eines unendlichen Anlagehorizonts und perfekter Voraussicht ist gleichbedeutend mit dem Setzen von $K = 0$ (Transversalitätsbedingung). Dieses Vorgehen ist zwar im allgemeinen umstritten, im angeführten Zusammenhang jedoch üblich. Vgl. Blanchard und Watson (1984); Brock (1974); Diba und Grossmann (1987); Gray (1984); Obstfeld und Rogoff (1983, 1986); Tirole (1982).

gegenüber anderen wirtschaftspolitischen Zielen nachrangige Verpflichtung der Zentralbank zur Wechselkursfixierung gewinnbringend ausnutzen können.

2.2.2 Wechselkurszielkompatible Geldpolitik

Dieser und der folgende Abschnitt behandeln die Abhängigkeit zwischen dem Wechselkursziel und der Geldpolitik des wechselkursfixierenden Landes. Dazu wird angenommen, die heimische Geldmengenkomponente folge einem Random Walk, der in diesem Abschnitt trendlos und im nächsten Abschnitt unter sonst gleichen Umständen inflationär ist. Wegen (2.7) ergeben sich daraus verschiedene Zeitpfade der Devisenreserven, die zu unterschiedlichen Entwicklungen des Schattenwechselkurses (2.8) führen. Dabei bestimmen die Gleichungen (2.2 - 2.4) die Lösung von (2.5) eindeutig. Die Geldpolitik entscheidet also über die Umsetzbarkeit des Wechselkursziels, sofern davon ausgegangen werden kann, daß die Zentralbank dem eingeschlagenen geldpolitischen Kurs Vorrang einräumt.[32]

Die heimische Geldmengenkomponente möge also einem driftlosen Random Walk folgen, d.h. sie setzt sich additiv aus einer Konstante $\bar{D}$ und einer AR(1)-verteilten Störvariablen v_t zusammen, deren treibendes Element die White-Noise Zufallsvariable ζ_t ist (2.9, 2.10). Die Rückkehrgeschwindigkeit zum Trend mißt die Variable ρ.

$$D_t = \bar{D} + v_t \tag{2.9}$$

$$v_t = \rho v_{t-1} + \zeta_t, \qquad \text{mit } 0 \leq \rho \leq 1, \;\; E_{t-1}[\zeta_t] = 0 \tag{2.10}$$

Die Devisenreserven sollen zum Beginn der Betrachtung das kritische Niveau übersteigen. Um den Trivialfall auszuschließen, daß ein hinreichend hoher Schock ζ_t die Devisenreserven vollständig erschöpft und die Zentralbank deshalb den Wechselkurs freigibt, wird zusätzlich die Bedingung

$$\begin{aligned} &\Pr(v < \beta_0 \bar{S} - \bar{D} - \bar{R}) = 1 \\ \Leftrightarrow &\Pr(\zeta < (1-\rho)(\beta_0 \bar{S} - \bar{D} - \bar{R})) = 1 \end{aligned} \tag{2.11}$$

[32] Vgl. insbesondere Obstfeld (1986a). Die folgenden Untersuchungen beruhen weitgehend auf dessen Darstellung.

vereinbart. Das Symbol $\Pr(x)$ bezeichnet die Eintrittswahrscheinlichkeit von (x). Unter dem so definierten geldpolitischen Regime gilt folgender Schattenwechselkurs:[33]

$$\tilde{S}_t = \frac{\bar{D} + \bar{R}}{\beta_0} + \frac{v_t}{\beta_0 + (1 - \rho)\beta_1}. \tag{2.12}$$

Da vom Ausgangszeitpunkt $t = 0$ beginnend bis zum möglichen Zeitpunkt T einer Attacke privater Devisenmarktteilnehmer die Devisenreserven annahmegemäß das kritische Niveau übersteigen, folgt aus (2.7), daß $\bar{S} > (\bar{R} + \bar{D})/\beta_0$ gilt. Bei negativem Schock ($v_T < 0$) liegt der Schattenwechselkurs daher stets unter dem Festkurs und tut dies wegen (2.11) mit Sicherheit auch bei einen positiven Schock, weil $\tilde{S} < (v_T + \bar{D} + \bar{R})/\beta_0 < \bar{S}$. Die Devisenreserven werden somit allein aufgrund der Geldpolitik nicht aufgezehrt, und das Wechselkursziel kann beliebig lange verfolgt werden.

Ein privater Devisenmarktteilnehmer könnte aber versuchen, soviel Inlandswährung zu verkaufen, daß im Zeitpunkt T das kritische Reserveniveau erreicht ist und die Zentralbank deshalb das Wechselkursziel aufgibt. Sein Vorgehen wäre profitabel, wenn die Inlandswährung daraufhin abwertete und er die Auslandswährung zum Kurs $\tilde{S}_{T+1} > \bar{S}$ verkaufen könnte. Wie im vorangegangenen Absatz gezeigt wurde, ist aber stets $\tilde{S} < \bar{S}$, d.h. die Inlandswährung würde sofort nach erfolgter Wechselkursfreigabe aufwerten. Eine spekulative Attacke lohnt deshalb nicht und bleibt aus.

2.2.3 Wechselkurszielinkompatible Geldpolitik

Folgt die heimische Geldmengenkomponente einem inflationären Prozeß, würde in einem perfekt flexiblen Wechselkursregime die Inlandswährung wegen der Marktgleichgewichtsbedingungen unaufhörlich abwerten, da der fortgesetzte Anstieg der heimischen Komponente die Geldmenge stetig erhöhte. Fixiert die Zentralbank hingegen den Wechselkurs, bilden sich ungeplante Kassenbestände der Privaten, die zu Güterimporten und Kapitalexporten führen. Dies zwingt die Zentralbank zum Verkauf von Devisenreserven (Intervention).[34] Wegen der monoton inflationären Entwicklung der heimischen

[33] Einsetzen von (2.9) und (2.10) in (2.8).

[34] Die Zentralbank wickelt Geschäfte nicht direkt mit den privaten Devisenmarktteilnehmern ab, sondern ist das letzte Glied in einer Kette von Währungsswaps. Vgl. Goldstein

Geldmengenkomponente erreicht der Reservebestand im Zeitablauf das kritische Niveau $\bar{R}$. Annahmegemäß gibt die Bank dann den Wechselkurs dauerhaft frei, was zur sofortigen Abwertung der Inlandswährung in diskretem Umfang führt (natürlicher Zusammenbruch).[35]

Es wird angenommen, daß die heimische Geldmengenkomponente dem stochastischen Prozeß[36]

$$D_t = D_{t-1} + v_t, \text{ mit } E_{t-1}[v_t] = \bar{v} \text{ und } \Pr[v_t \geq 1] = 1 \tag{2.13}$$

unterliegt. Der Störterm v_t soll vom Erwartungswert $\bar{v}$ mit der White-Noise Zufallsvariablen ε_t abweichen:

$$v_t = \bar{v} + \varepsilon_t \qquad \text{mit } E_{t-1}[\varepsilon_t] = 0. \tag{2.14}$$

Insgesamt folgt die heimische Komponente einem Random Walk mit positivem Trend:[37]

$$D_t = D_{t-1} + \bar{v} + \varepsilon_t. \tag{2.15}$$

Einsetzen in Gleichung (2.8) ergibt folgenden Schattenwechselkurs:

$$\tilde{S}_t = \frac{D_{t-1} + \bar{R}}{\beta_0} + \frac{\left(1 + \frac{\beta_1}{\beta_0}\right)\bar{v} + \varepsilon_t}{\beta_0} \tag{2.16}$$

$$= \frac{D_t + \bar{R}}{\beta_0} + \frac{\beta_1 \bar{v}}{(\beta_0)^2}. \tag{2.17}$$

Wie nachstehend zu erörtern ist, werden die Marktteilnehmer schlagartig alle Devisenreserven der Zentralbank aufkaufen, wenn erstmalig der Schattenwechselkurs das Wechselkursziel übersteigt. Dieses Verhalten führt zwin-

et al. (1993, Anhang IV). Siehe auch die Ausführungen von Lall (1997) zum Einsatz von Terminkontrakten durch private Agenten und Zentralbank für spekulative Attacken beziehungsweise Interventionen.

[35]Der Begriff des natürlichen Zusammenbruchs geht auf Grilli (1986) zurück.

[36]Flood und Garber (1984a) zeigen, daß die Dynamik einer spekulativen Attacke entgegen der Behauptung von Krugman (1979) davon unabhängig ist, ob die Devisenmarktteilnehmer hinsichtlich des Zeitpfads der Devisenreserven unsicher sind.

[37]Zusätzliche stochastische Elemente führen nicht zu qualitativ anderen als den hier dargestellten Erkenntnissen. Vgl. Blackburn und Sola (1993); Buiter (1987); Claessens (1991); Dornbusch (1987); Goldberg (1991); Grilli (1986); Obstfeld (1986a).

gend zum Zusammenbruch des Festkurssystems noch vor dem natürlichen Kollaps. Beide Behauptungen lassen sich beweisen, indem als erster Schritt gezeigt wird, daß eine Gleichgewichtslösung des Modells vorliegt, wenn das Festkurssystem zum Zeitpunkt T zusammenbricht, an dem zum ersten Mal $\tilde{S}_T > \bar{S}$ gilt. Ein zweiter Schritt muß zeigen, daß diese Lösung eindeutig ist.

Abschnitt 2.2.2 verdeutlichte, daß der Wechselkurs in der Periode vor dem möglichen Attackenzeitpunkt T nicht flexibel sein kann, weil der Schattenwechselkurs unter dem Wechselkursziel liegt. Der Sachverhalt ändert sich auch dann nicht, wenn die Marktteilnehmer vermuten, daß die Zentralbank das Wechselkursziel in Periode $t + 1 < T$ dauerhaft aufgeben wird, da die Währung sofort von $\bar{S}$ nach $\tilde{S}_{t+1}$ aufwerten würde. Wegen des damit einhergehenden sicheren Verlustes ist kein Spekulant zum Tausch von Inlands- gegen Auslandswährung zum festen Wechselkurs bereit. Die Bereitschaft dazu besteht indes, wenn der Schattenwechselkurs den Fixkurs übersteigt, weil durch den Kauf von Auslandswährung zum Fixkurs und den späteren Verkauf zum höheren flexiblen Wechselkurs Gewinne erzielt werden können. Die Abwertung der Inlandswährung ist vorhersehbar, weil der Kauf von Auslandswährung während des Festkursregimes die Devisenreserven der Zentralbank erschöpft, was die Bank zur dauerhaften Aufgabe des Wechselkursziels zwingt. Von diesem Zeitpunkt an erfolgen Devisentransaktionen zum höheren Schattenwechselkurs.[38] Deshalb werden die privaten Devisenmarktakteure in der Periode, in der Schattenkurs und Fixkurs übereinstimmen, schlagartig alle Devisenreserven bis auf das kritische Niveau von der Zentralbank erwerben.[39] Diesen Vorgang nennt die Literatur eine spekulative[40] Attacke.

Nachfolgend sei der Beweis geführt, daß die eben hergeleitete notwendige Bedingung einer spekulativen Attacke zugleich deren hinreichende Bedingung ist. Dazu wird der gleichgewichtige Wechselkurs als explizite Funktion

[38] Vom Zeitpunkt der Attacke an entspricht der Schattenwechselkurs dem flexiblen Wechselkurs.

[39] Während der gesamten Periode, in der die Attacke erfolgt, bleibt der Wechselkurs auf dem fixierten Niveau $\bar{S}$, weshalb er in Übereinstimmung mit Obstfeld (1986a) nicht als flexibel zu bezeichnen ist.

[40] Die Bezeichnung „Spekulation" ist irreführend. Zum einen ähnelt der Vorgang wegen der absehbaren Abwertung der noch fixierten Inlandswährung einer Arbitrage. Zum anderen kann technisch nicht zwischen einem Verkauf der Inlandswährung aus Hedging-Motiven und einem Verkauf aus tatsächlich spekulativen Gründen unterschieden werden.

$S(D_t)$ der heimischen Geldmengenkomponente geschrieben, weil letztere gemäß der in Abschnitt 2.2.1 vorgenommenen Formulierung das Modellgleichgewicht bestimmt.[41] Es gilt zu zeigen, daß ein kritischer Wert $\tilde{D}$ existiert, bei dessen Überschreiten der gleichgewichtige Wechselkurs mit dem Schattenwechselkurs übereinstimmt. Damit wäre bewiesen, daß die spekulative Attacke nur zu dem Zeitpunkt stattfindet, an dem zum ersten Mal der Schattenkurs das Wechselkursziel übersteigt.[42]

Die Wechselkursfunktion $S(D_t)$ hat folgende Eigenschaften. Erstens existiert für alle Realisationen der heimischen Komponente ein Devisenreserveniveau $R_t \geq \bar{R}$, so daß[43]

$$R_t + D_t = \beta_0 S(D_t) + \beta_1 E_t[S(D_{t+1}) - S(D_t)] \tag{2.18}$$

gilt. Zweitens ist $S(D_t) = \bar{S}$, falls $R_t > \bar{R}$. Die Funktion $S(D_t)$ beschreibt den makroökonomisch gleichgewichtigen Wechselkurs, wenn ein kritischer Wert $\tilde{D} \equiv \inf(D : \tilde{S}_t > \bar{S})$ der heimischen Komponente existiert, so daß immer dann, wenn $D_t > \tilde{D}$ gilt, auch $S(D_t) > \bar{S}$ ist.

Es wurde schon beschrieben, daß der feste Wechselkurs gleichgewichtig ist ($S(D_t) = \bar{S}$), wenn der Schattenwechselkurs ihn nicht übersteigt, d.h. wenn $D_t \leq \tilde{D}$ gilt. Daher bleibt nachzuweisen, daß unter der Bedingung $D_t > \tilde{D}$ der Gleichgewichtswechselkurs höher ist als das Wechselkursziel. Sei $\tilde{D}' > \tilde{D}$ das niedrigstmögliche Niveau, bei dem $S(\tilde{D}') > \bar{S}$ gilt.[44] Der Nachweis ist erbracht, wenn es mindestens einen Wert der heimischen Komponente zwischen $\tilde{D}$ und $\tilde{D}'$ ($\tilde{D}' > D_t > \tilde{D}$) gibt, für den das Wechselkursziel ($S(D_t) = \bar{S}$) mit dem Geldmarktgleichgewicht inkonsistent ist.

Die nachfolgenden Überlegungen zeigen, daß dieser Wert existiert. Die Beweisführung erfolgt durch Annahme des Gegenteils, d.h. es wird vermutet, daß im Fall $\tilde{D}' > \tilde{D}$ die Beziehung $S(\tilde{D}') < \bar{S}$ gilt. Weil dann die Devisenreserven über dem kritischen Niveau $\bar{R}$ liegen und demnach der Wechselkurs

---

[41] Vgl. zur Bestimmung der Gleichgewichtslösung im monetären Wechselkursmodell z.B. Bertola (1994).

[42] Vgl. zum Beweisverfahren auch Obstfeld (1986a); Salant (1983).

[43] Die Beziehung folgt aus (2.5).

[44] Genau: Sei $\tilde{D}'$ das Infimum der Menge D mit $S(D) > \bar{S}$. Diese Menge ist nicht leer, weil die Devisenreserven begrenzt sind.

fixiert ist ($S(D_t) = \bar{S}$), erfordert das Geldmarktgleichgewicht wegen (2.5) die Gültigkeit der Bedingung

$$\bar{R} + D_t \leq \beta_0 \bar{S} + \beta_1 E_t[S(D_{t+1}) - \bar{S}]. \tag{2.19}$$

Der für die Folgeperiode erwartete Gleichgewichtswechselkurs hängt von der Wahrscheinlichkeit

$$p(D_t) \equiv \Pr(v_{t+1} \geq \tilde{D}' - D_t) \tag{2.20}$$

ab, mit welcher der Schattenwechselkurs realisiert wird, d.h.

$$\begin{aligned} E_t[S(D_{t+1})] &= [1 - p(D_t)]\bar{S} + p(D_t) E_t[\tilde{S}_{t+1} | v_{t+1} \geq \tilde{D}' - D_t] \\ &= [1 - p(D_t)]\bar{S} + p(D_t) \left(\frac{\bar{R} + D_t}{\beta_0} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta_1 \bar{v}}{(\beta_0)^2} + \frac{E_t[v_{t+1} \geq \tilde{D}' - D_t]}{\beta_0} \right). \end{aligned} \tag{2.21}$$

Ist $W(v_{t+1})$ die Wahrscheinlichkeitsdichte von v_{t+1}, lautet die notwendige Bedingung für das Geldmarktgleichgewicht:[45]

$$\tilde{S}_t \leq \bar{S} + \frac{\beta_1}{\beta_0[\beta_0 + \beta_1 p(D_t)]} \int_0^{\tilde{D}' - D_t} v_{t+1} W(v_{t+1}) \, \mathrm{d}v_{t+1} \, . \tag{2.22}$$

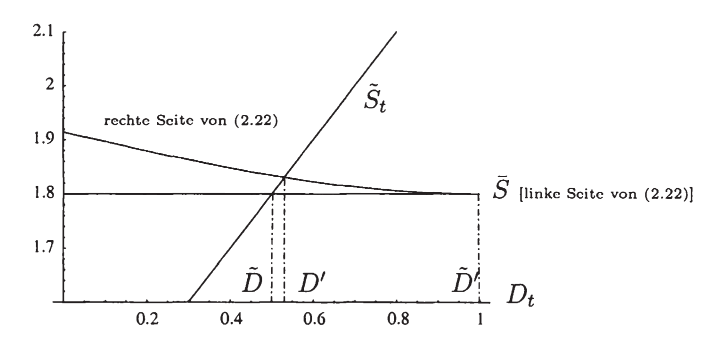
Abbildung 2.1 zeigt die rechte und linke Seite von (2.22). Der Schattenwechselkurs nimmt linear mit der heimischen Geldmengenkomponente zu und übersteigt ab dem kritischen Wert $\tilde{D}$ den fixierten Wechselkurs. Da der Schattenwechselkurs im Intervall $(\tilde{D}, D')$ die rechte Seite von (2.22) nicht überschreitet, existiert dort ein Geldmarktgleichgewicht. Das beweist die obige Behauptung, es gäbe mindestens einen Wert $D_t \in (\tilde{D}, \tilde{D}')$, für den der feste Wechselkurs mit dem Geldmarktgleichgewicht inkonsistent ist.

Im Ergebnis ist $\tilde{S}_t > \bar{S}$ die notwendige und hinreichende Bedingung für eine spekulative Attacke, da die privaten Devisenmarktteilnehmer einem einseitigen Risiko ausgesetzt sind. Im ungünstigsten Fall positioniert sich ein

[45]Einsetzen von (2.21) in (2.19).



Abbildung 2.1 Geldmarktgleichgewicht



Es gelten folgende Daten: $\beta_0 = 1$, $\beta_1 = 0.75$, $\bar{R} = 1$ und $\bar{v} = 1$.

Spekulant in Auslandswährung, und die Abwertung tritt nicht oder später als erwartet ein. Ein Rücktausch von Auslands- in Inlandswährung ist dann jederzeit zum Fixkurs möglich. Ein Zinsverlust entsteht nicht, da Inlands- und Auslandszins gleich hoch sind. Verzichtet der Spekulant auf die Attacke, riskiert er, nicht von der Abwertung zu profitieren.[46]

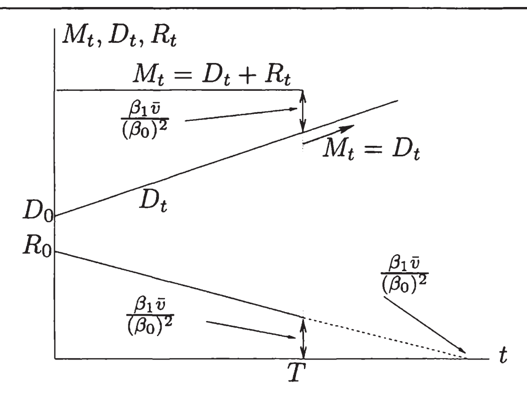
Abbildung 2.2 illustriert den Verlauf einer spekulativen Attacke. Da vor dem Zeitpunkt T keine Abwertung zu erwarten ist, sind wegen (2.7) reale Geldnachfrage und reales Geldangebot konstant.[47] Im Zeitablauf nimmt die heimische Geldmengenkomponente zu. Wegen der Wechselkursfixierung sinken zugleich die Devisenreserven spiegelbildlich. Im Zeitpunkt T kommt es zur spekulativen Attacke. Die Devisenreserven sinken schlagartig auf null, und die umlaufende Geldmenge fällt wegen der einsetzenden Inflation[48] um

[46]Die Analyse abstrahiert von Transaktions- und Bestandshaltekosten. Obstfeld (1996) zeigt in einer spieltheoretischen Studie (Gefangenendilemma), daß schon bei geringen Transaktionskosten eine Attacke nicht immer eine dominante Strategie ist und sogar streng dominiert werden kann.

[47]Da die Inflationsrate null ist, sind auch das nominale Geldangebot und die nominale Geldnachfrage konstant.

[48]Die Inflationsrate steigt sprunghaft an. Die Privaten antizipieren, daß ihre geplante reale Geldhaltung nach Aufgabe des Festkurssystems geringer ist, sie dann aber ihre Geldbestände nicht mehr gegen Währungsreserven der Zentralbank eintauschen können. Da sie die Entwicklung der Währungsreserven beobachten und das kritische Niveau $\bar{R}$ kennen, werden sie den Umtausch im letzten Moment vor dem Übergang zum flexiblen Wechsel-

Abbildung 2.2 Fundamentalvariablen



den gleichen Betrag $(\beta_1 \bar{v}/(\beta_0)^2)$.[49] Die Nachfrage nach Inlandswährung reduziert sich wegen Rückgangs des Inlandszinses. Dieser sinkt wegen der bevorstehenden Abwertung der Inlandswährung. Nach dem Übergang zum flexiblen Wechselkurs ($t > T$) bleibt die reale Geldmenge auf niedrigem Niveau konstant. Wegen der positiven Inflationsrate nimmt die nominale Geldmenge mit der Wachstumsrate der heimischen Geldmengenkomponente zu. Heimische Komponente und nominale Geldmenge sind identisch.

2.2.4 Zwischenergebnis

Das eben beschriebene Muster für die Entstehung und den Verlauf einer spekulativen Attacke beruht einerseits auf der Annahme, daß die Zentralbank ex post den Wechselkurs dauerhaft freigibt und andererseits der Vermutung, sie werde das Geldmengenziel dem Wechselkursziel überordnen. Untersuchungen mit vom hier vorgestellten Fall abweichenden Annahmen über die spätere Wechselkursentwicklung ergeben keine grundlegenden Änderungen im Verlauf der spekulativen Attacke. Lediglich Zeitpunkt und Volumen der

kurs vornehmen, d.h. in dem Augenblick, in dem die verbliebenen Devisenreserven dem umzutauschenden Volumen entsprechen.

[49]Siehe (2.17). Die (Semi-)Zinselastizität der Geldnachfrage bestimmt die Höhe des Sprungs in Geldnachfrage und Reservebestand. Ohne Spekulation ($\alpha_1 = 0$) würde das feste Wechselkursregime gemäß (2.17) im natürlichen Kollaps enden. Mit anderen Worten, die spekulative Attacke tritt um so früher ein, je höher α_1 ist.

Attacke sind verschieden.[50] Eine tiefergehende Untersuchung soll daher unterbleiben.

Sehr wichtig ist die Annahme, daß die Zentralbank das Wechselkursziel gegenüber anderen wirtschaftspolitischen Zielen[51] nachrangig behandelt.[52] Dies wird im hier vorgestellten Modell mit einem trendmäßig positivem Wachstum der heimischen Geldmengenkomponente bei gleichzeitigem Verzicht auf sterilisierte Interventionen[53] erfaßt. Hat die Zentralbank die Mög-

---

[50]Wie später noch eingehender zu erörtern sein wird, ist das vorausschauende Verhalten der Devisenmarktteilnehmer die Ursache der obigen Ergebnisse. Bertola (1994); Djajic (1989); Miller und Sutherland (1991, 1994); Obstfeld und Stockman (1990); Wilfling und Maennig (2001) zeigen, wie die Antizipation einer künftigen Fixierung im monetären Wechselkursmodell bei rationalen Erwartungen der Marktteilnehmer den gegenwärtig flexiblen Wechselkurs beeinflußt. Bei einer Zahlungsbilanzkrise gilt der Sachverhalt in zeitlich umgekehrter Richtung. Connolly und Taylor (1984) untersuchen das Modell unter verschiedenen Annahmen über das nach der ersten Attacke geltende Wechselkursregime. Wird z.B. anstelle eines Festkurses ein Crawling Peg angenommen, ist der Schattenwechselkurs nicht mit einem zeitunabhängigem Wechselkurs, sondern mit einem sich systematisch in der Zeit verändernden offiziellen Wechselkurs zu vergleichen. Für die spätere Forschung einflußreiche empirische Beispiele sind die Pegs in Argentinien 1979–1981 (untersucht z.B. von Connolly (1986); Cumby und van Wijnbergen (1989)) und Mexiko 1980–1986 (untersucht z.B. von Blanco und Garber (1986); Connolly und Fernandez (1987); Goldberg (1994)).

[51]Üblicherweise wird unterstellt, daß die Zentralbank ein Fiskaldefizit monetisiert. Sargent und Wallace (1973) zeigen, wie sich unter dieser Bedingung die Erwartungen des Privatsektors hinsichtlich der künftigen heimischen Geldmengenkomponente im Zeitablauf entwickeln. Buiter (1987); Frenkel und Klein (1992); van Wijnbergen (1991); Willman (1988b) übertragen diesen Kalkül auf Zahlungsbilanzkrisen. Bei Guidotti und Végh (1992) führt ein „war of attrition" bezüglich der Balance des Fiskaldefizits zu einer Finanzierung durch Devisenreserven. Erzielen die staatlichen Parteien nicht rechtzeitig eine Einigung über die Budgetzusammensetzung, kommt es zur spekulativen Attacke. Velasco (1994) behandelt die mangelhafte Internalisierung eines Budgetziels, wenn die Ausgabenkompetenz auf mehrere Ministerien verteilt ist. Stein und Streb (1994) beschäftigen sich mit asymmetrischer Information in einem Fall, in dem es fiskalpolitisch sinnvoll ist, zu Lasten der Devisenreserven Inflation in die Zukunft zu verschieben und dabei eine Zahlungsbilanzkrise in Kauf zu nehmen.

[52]Die Kriterien der Wahl eines optimalen Währungsregimes sind Gegenstand einer umfangreichen Literatur. Vgl. z.B. Alogoskoufis (1994); Crocket (1994); Eichengreen (1994); Frankel (1999); Frankel et al. (2000); Larrain und Velasco (1999); Marston (1990); Obstfeld und Rogoff (1995b).

[53]Flood et al. (1996) zeigen am Beispiel der Währungskrise Mexikos im Jahre 1994, daß Zentralbanken im Krisenfall Sterilisationsmaßnahmen ergreifen. Flood und Marion (1996) stellen ein Zahlungsbilanzkrisenmodell vor, in dem die monetäre Expansion nach der Abwertung durch Sterilisation verhindert werden kann. Vgl. für eine allgemeine Analyse von Interventionen Almekinders und Eijffinger (1994, 1996); Baillie und Osterberg (1997); Bonser-Neal und Tanner (1996); Dominguez (1990, 1998); Dominguez und Frankel (1993); Edison (1993); Grilli und Roubini (1992), Obstfeld und Rogoff (1996, Kap. 8).

lichkeit zur Sterilisation und hält den Schattenwechselkurs stets auf Höhe des Festkurses, ist die Inlandswährung gegen spekulative Attacken immun. Wie aus (2.2) hervorgeht, müßte die Zentralbank dazu den Inlandszins so weit über das Niveau des Auslandszinses erhöhen, daß die im Vergleich zum ausländischen Wertpapier höhere Rendite des inländischen Wertpapiers die Abwertungserwartungen kompensiert.[54]

Abschnitt 2.3.1 diskutiert ein Beispiel, in dem die Zentralbank die mit dem Wechselkursziel verträgliche Geldpolitik des Abschnitts 2.2.2 verfolgt, aber unter dem Eindruck einer erfolgreichen spekulativen Attacke den Wechselkurs dauerhaft freigibt und zur inflationären Politik des Abschnitts 2.2.3 wechselt. Dann besitzt das monetäre Zahlungsbilanzkrisenmodell im Unterschied zu den beiden vorstehenden Fällen mehrere Gleichgewichtslösungen, und die Entscheidung der privaten Devisenmarktteilnehmer für oder gegen eine spekulative Attacke bestimmt, welches der möglichen Gleichgewichte realisiert wird. Dieser Zusammenhang wird häufig als „selbsterfüllende Erwartungen“ bezeichnet.

Neben dem regierungsseitigen Regimewechsel (Abschnitt 2.3.1) gibt es auch einen im Privatsektor verankerten Grund für multiple Gleichgewichtslösungen, den Abschnitt 2.3.2 behandelt: Ist eine spekulative Attacke nicht mehr ein mit Sicherheit vorhersagbares, sondern ein wahrscheinlichkeitsbehaftetes Ereignis, werden die Marktteilnehmer für das Halten der abwertungsbedrohten Inlandswährung eine Risikoprämie verlangen. Ihre Höhe hängt vom erwarteten Abwertungsumfang und von der geschätzten Abwertungswahrscheinlichkeit ab. Die objektive Abwertungswahrscheinlichkeit

Insbesondere in Verbindung mit Abschnitt 2.3 sollte auch bedacht werden, daß Devisenmarktinterventionen einen Wechsel der künftigen Geldpolitik signalisieren könnten. Vgl. Fatum und Hutchinson (1999); Klein und Rosengren (1991); Lewis (1995a); Lewis und Kaminsky (1996); Mussa (1981); Stein (1989). Es gibt Anzeichen dafür, daß Zentralbanken von Industrieländern in der Vergangenheit bei an sich vollständig flexiblen Wechselkursen auf Abweichungen des Kassakurses von nicht offiziell verkündeten Zielwerten reagiert haben. Vgl. z.B. Almekinders und Eijffinger (1994); Dominguez (1998); Dominguez und Frankel (1993); Lewis (1995a). Ferner sei darauf hingewiesen, daß noch kein Konsens darüber besteht, weshalb (typischerweise sterilisierte; vgl. z.B. Weber (1994)) Interventionen den Wechselkurs beeinflussen können. Vgl. Fatum (2000); Jurgensen (1983); Sarno und Taylor (2001).

[54] Zinsmaßnahmen zur Abwehr spekulativer Attacken diskutieren unter anderen: Bensaid und Jeanne (1997); Drazen (1999); Flood und Jeanne (2000); Flood und Rose (2001); Lahiri und Végh (2000).

steht mit der von den Spekulanten geschätzten Abwertungswahrscheinlichkeit in keiner eindeutigen Beziehung, weshalb mehrere Gleichgewichtslösungen des in Abschnitt 2.3.2 zu diskutierenden Modells existieren.

2.3 Erwartungsbildung der Spekulanten

2.3.1 Geldpolitischer Regimewechsel

Die in Abschnitt 2.2 getroffene Annahme einer exogenen Geldpolitik ist fragwürdig. Grundsätzlich soll der feste Wechselkurs ein allgemeines wirtschaftspolitisches Ziel unterstützen, z.B. dann, wenn im Rahmen einer Antiinflationspolitik ein nominaler Anker für die inländische Geldpolitik benötigt wird.[55] Das ist der Hintergrund der in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten wechselkurszielverträglichen Geldpolitik.[56] Gleichzeitig beschränkt sich die Interventionsfähigkeit der Zentralbank auf ihren Devisenreservebestand. Daher ist denkbar, daß die Bank nach Erschöpfung der Reserven zu einer inflationären Politik im Sinne des Abschnitts 2.2.3 wechselt.[57] Die Geldpolitik ist dann eine endogene Größe, und es liegt in der Hand der Spekulanten, die Devisenreserven der Zentralbank aufzukaufen und damit die für sie gewinnbringende Abwertung der Inlandswährung selbst herbeizuführen. Deshalb gibt es zu jeder Menge der von den Spekulanten eingeschätzten Eintrittswahrscheinlichkeit unendlich viele Gleichgewichtslösungen des monetä-

[55]Tornell und Velasco (2000) zeigen, daß ein Festkursregime nicht in jedem Fall zu einer höheren fiskalpolitischen Disziplin führt als ein flexibles Wechselkursregime. Vgl. in diesem Zusammenhang auch Buiter et al. (1993); Calvo und Vegh (1994); Dornbusch und Giovannini (1990); Friedman (1953); Helpman (1981); Svensson (1993); Tornell und Velasco (1998); Uribe (1996). Dazu sei auch erwähnt, daß dem Goldstandard (ca. 1875 - 1914) nachgesagt wird, er habe die Glaubwürdigkeit der teilnehmenden Währungen sichergestellt. Vgl. Bordo und MacDonald (1997); Giovannini (1993); Hallwood et al. (1997); Officer (1996).

[56]Vgl. z.B. Giavazzi und Giovannini (1989b); Giavazzi und Pagano (1988); Mélitz (1988).

[57]Anlaß des vermuteten geldpolitischen Regimewechsels kann z.B. die Notwendigkeit zur Monetisierung des Fiskaldefizits sein, wenn ausländische Investoren ihr Engagement im Inland verringern. Talvi (1994) beobachtet, daß krisenanfällige Volkswirtschaften typischerweise ein stark schwankendes Fiskaldefizit aufweisen. Das Defizit erhöht sich nach einer Zahlungsbilanzkrise deutlich. Dazu stellen Kiguel und Liviatan (1992) fest, daß die Staatsausgaben in der Regel während der Phase des Festkursregimes ansteigen und nach der Krise stark verringert werden. Ein häufig angeführtes Beispiel sind die Krisen Argentiniens und Chiles Anfang der 1980er Jahre. Siehe hierzu z.B. Diaz-Alejandro (1985).

ren Zahlungsbilanzkrisenmodells, weil die Marktteilnehmer die Möglichkeit des Regimewechsels antizipieren. Die Abwertungserwartungen der Spekulanten sind in dem Sinne selbsterfüllend, daß es für die Zentralbank ex post optimal ist, das Festkursregime aufzugeben. Ohne Spekulationseinfluß wäre das feste Wechselkursregime fortgeführt worden.[58]

Um den eben geschilderten Sachverhalt im folgenden algebraisch zu erörtern, wird angenommen, daß die Zentralbank zum aktuellen Zeitpunkt den Wechselkurs auf dem Niveau $\bar{S}$ fixiert und eine durch die Beziehungen

$$D_t = \bar{D} + v_t \quad \text{und} \tag{2.9}$$

$$v_t = \rho v_{t-1} + \zeta_t \quad \text{mit} \quad 0 \leq \rho \leq 1, \;\; E_{t-1}[\zeta_t] = 0 \tag{2.10}$$

beschriebene Geldpolitik verfolgt. Vorbilder dieser Prämisse und der nachstehenden Ausführungen sind Flood und Garber (1984b) sowie Obstfeld (1986a). Gilt ferner die Restriktion

$$\begin{aligned} &\Pr(v < \beta_0 \bar{S} - \bar{D} - \bar{R}) = 1 \\ \Leftrightarrow &\Pr(\zeta < (1-\rho)(\beta_0 \bar{S} - \bar{D} - \bar{R})) = 1, \end{aligned} \tag{2.11}$$

könnte die Bank das Wechselkursziel gemäß Abschnitt 2.2.2 für unbegrenzte Zeit verwirklichen. Die Marktteilnehmer erwarten, daß die Zentralbank das Wechselkursziel im Fall einer spekulativen Attacke endgültig aufgibt, zu einer inflationären Geldpolitik übergeht und damit eine Abwertung[59] der Inlandswährung einleitet:

$$D_t = D_{t-1} + v_t \quad \text{mit } E_{t-1}[v_t] = \bar{v} \text{ und } \Pr[v_t \geq 1] = 1; \tag{2.13}$$

$$v_t = \bar{v} + \varepsilon_t \qquad \text{mit } E_{t-1}[\varepsilon_t] = 0. \tag{2.14}$$

[58]In dieser Hinsicht ähneln Zahlungsbilanzkrisen einem Ansturm auf die Einlagen einer Geschäftsbank. Vgl. Diamond und Dybvig (1983); Diamond und Rajan (1998, 2000b, in progress). Hinzuweisen ist auch auf die in Abschnitt 1.1 angeführten Modelle dritter Generation. Analog läßt sich die Wirksamkeit von Kapitalverkehrskontrollen als Maßnahme gegen eine spekulative Attacke einschätzen. Die Devisenspekulanten könnten die Einführung von Kontrollen als einen Wechsel hin zu einer inflationären Geldpolitik verstehen. Siehe z.B. Bacchetta (1990); Dellas und Stockman (1993); Eichengreen et al. (1995); Wyplosz (1986a). Auch die von Tobin (1974) angeregte Besteuerung von Devisenumsätzen werden in dem Zusammenhang erörtert. Vgl. z.B. Eichengreen et al. (1993).

[59]Vgl. Abschnitt 2.2.3.

Wie in Abschnitt 2.2.3 dargestellt, können die Gleichgewichtslösungen mit Hilfe des folgenden Schattenwechselkurses bestimmt werden:[60]

$$\tilde{S}_t = \frac{\bar{D} + \bar{R} + v_t}{\beta_0} + \frac{\beta_1 \bar{v}}{(\beta_0)^2}. \tag{2.23}$$

Weil einem Ansturm auf die Devisenreserven die Erwartung künftiger Inflation zugrundeliegt, ist eine Abwertung der Inlandswährung beim Rückzug der Zentralbank aus dem Devisenmarkt (anders als in Abschnitt 2.2.2) möglich. Wie in Abschnitt 2.2.3 gezeigt wurde, tritt sie ein, sobald der Schattenwechselkurs im Zeitpunkt T das Wechselkursziel übersteigt, was hier anders als in Abschnitt 2.2.3 bereits zu einem Zeitpunkt zutreffen kann, in dem die Devisenreserven[61] $R_T = \beta_0 \bar{S} - \bar{D} - v_T$ das kritische Niveau noch übersteigen und somit ohne den Eintritt einer Attacke der feste Wechselkurs die Gleichgewichtslösung wäre. Diese Überlegung führt zu folgender notwendigen Bedingung für eine Attacke auf die Devisenreserven:[62]

$$v_t > \beta_0 \bar{S} - \bar{D} - \bar{R} - \frac{\beta_1 \bar{v}}{\beta_0} \equiv \bar{C}. \tag{2.24}$$

Wie bereits angedeutet, kann sie wegen $\bar{v} > 0$ erfüllt sein, obwohl gemäß (2.11) die Devisenreserven über dem kritischen Niveau liegen.

Zur Herleitung der gleichgewichtigen Modellösung(en) ist das Verhaltensmuster der Spekulanten genauer zu fassen: Am Beginn der Periode T mögen die Agenten die Realisation der heimischen Geldmengenkomponente[63] beobachten. Gleichzeitig soll ein nicht näher bestimmter Zufallsprozeß festlegen, ob sie eine spekulative Attacke erwarten. Ist die notwendige Bedingung erfüllt, vermuten sie mit Wahrscheinlichkeit γ eine Attacke (Zustand 1). Mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1 - \gamma$ sollen die Teilnehmer annehmen, daß keine Attacke stattfindet (Zustand 0). Die Ergebnisse in Abschnitt 2.2 sind also Spezialfälle ($\gamma = 0$ und $\gamma = 1$) des jetzt behandelten Modells. Sollten für $0 < \gamma < 1$ Gleichgewichtslösungen existieren, mußte die Zinsdifferenz

[60] Gleichung (2.17) mit der Substitution (2.9).
[61] Einsetzen von (2.9, 2.10) in (2.7).
[62] Umformen der Ungleichung $\tilde{S}_T > \bar{S}$.
[63] Beispielsweise Ozkan und Sutherland (1994) betrachten weitere als die hier angeführten Fundamentalvariablen.

$r - r^* > 0$ gelten, weil Inhaber der Inlandswährung für das Risiko einer möglichen Abwertung entschädigt sein wollen.

Nachstehend wird deshalb versucht, die Gültigkeit von $r > r^*$ nachzuweisen. Eine Vorüberlegung ist bezüglich der in Abschnitt 2.2.2 festgesetzen Grenze für die Höhe des Schocks ζ (2.11) anzustellen, weil im Fall $\gamma > 0$ Schocks der heimischen Geldmengenkomponente das inländische Zinsniveau verändern können und es deshalb nicht zu einem Abgang von Devisenreserven in der wertmäßigen Höhe des Schocks kommen muß. Die Bedingung (2.11) verhindert dann nicht mehr, daß eine zufallsbedingte Zunahme der monetären Basis die Devisenreserven bis auf das kritische Niveau senkt. Folglich ist die Obergrenze für den Schock zu verschärfen, da sonst die notwendige Bedingung (2.24) nur von Schocks erfüllbar ist, welche die Reserven unter das kritische Niveau $\bar{R}$ senken.

Die neue Bedingung für den Schock läßt sich mit Hilfe folgender Überlegungen bestimmen. Angenommen, es gibt ein positives $\bar{B}$ mit $\bar{C} < \bar{B} < \beta_0\bar{S} - \bar{D} - \bar{R}$, für das $\Pr[\zeta < (1-\rho)\bar{B}] = 1$. Wie nachfolgend gezeigt wird, existiert dann ein positives $\bar{\gamma}$, so daß im Parameterbereich $\gamma < \bar{\gamma}$ die Devisenreserven im Gleichgewicht das kritische Niveau dann nicht unterschreiten, wenn Zustand 1 niemals eingetreten und der Wechselkurs fixiert ist. Wenn im Fall $v_t > \bar{C}$ der Zustand 1 niemals eintrat, definieren die Wahrscheinlichkeiten im Intervall $[0, \bar{\gamma})$ ein Kontinuum möglicher stochastischer Gleichgewichte.

Damit im Zustand 0 der fixe Wechselkurs mit dem Geldmarktgleichgewicht vereinbar ist, müssen die Devisenreserven für genügend kleine γ das kritische Niveau $\bar{R}$ stets überschreiten, d.h. es muß folgende Beziehung gelten:[64]

$$R_t = \beta_0\bar{S} - \bar{D} - v_t - \beta_1(E_t[S_{t+1}] - \bar{S}) > \bar{R} \quad \forall\, t. \tag{2.25}$$

In Verbindung mit der Definition

$$p(v_t) \equiv \Pr[\zeta_{t+1} > \bar{C} - \rho v_t] > 0 \tag{2.26}$$

[64]Wegen Gleichung (2.7).

folgt daraus, daß für den in der Folgeperiode erwarteten Wechselkurs die Beziehung[65]

$$E_t[S_{t+1}] = [1 - \gamma p(v_t)]\bar{S} + \gamma p(v_t)\Big(\frac{\bar{D} + \bar{R} + \rho v_{t-1}}{\beta_0} + \frac{\beta_1 \bar{v}}{(\beta_0)^2} + \frac{E_t[\zeta_{t+1}|\zeta_{t+1} > \bar{C} - \rho v_t]}{\beta_0}\Big) \tag{2.27}$$

erfüllt ist. Differenzieren ergibt:[66]

$$\frac{\mathrm{d}(E_t[S_{t+1}])}{\mathrm{d}v_t} = \frac{\gamma \rho p(v_t)}{\beta_0} \geq 0. \tag{2.28}$$

Aus (2.28) folgt, daß ein positiver Schock der monetären Basis die Geldnachfrage senken kann und dann zu einem überproportional großen Devisenreserveverlust führt. Sei $E_t[\tilde{S}_{t+1}|\zeta_{t+1} > \bar{C} - \rho v_t]$ der für den Fall einer Attacke in $t + 1$ erwartete gleichgewichtige flexible Wechselkurs und sei ferner

$$\Phi(v_t) \equiv p(v_t)(E_t[\tilde{S}_{t+1}|\zeta_{t+1} > \bar{C} - \rho v_t] - \bar{S}) \tag{2.29}$$

[65]Tritt im Zeitpunkt t keine Attacke ein, beschreibt die heimische Geldmengenkomponente $D_t = \bar{D} + v_t$ den volkswirtschaftlichen Zustand. Gilt $v_{t+1} < \bar{C}$, kann in der Folgeperiode keine Attacke auftreten, d.h. $S_{t+1} = \bar{S}$. Ist die notwendige Bedingung (2.24) hingegen erfüllt ($v_{t+1} > \bar{C}$), tritt mit der Wahrscheinlichkeit π eine Attacke auf. Für den Grenzfall $\zeta_{t+1} = \bar{C} - \rho v_t$ wird ein Wahrscheinlichkeitsgewicht von null unterstellt.

[66]Weil die Schocks der heimischen Geldmengenkomponente seriell korreliert sind, vergrößert ein größerer Wert von v_t unter der Voraussetzung, daß keine Attacke auftritt, die Wahrscheinlichkeit, daß v_{t+1} den kritischen Wert $\bar{C}$ übersteigt. Ein Anstieg von v_t erhöht den erwarteten Wechselkurs, und somit steigt auch der Inlandszins i_t. Sei $W(\zeta)$ die Dichtefunktion von ζ. Dann sind:

$$p(v_t) = \begin{cases} 0 & \text{für } \bar{C} - \rho v_t \geq (1-\rho)\bar{B} \\ \int_{\bar{B}-\rho v_t}^{(1-\rho)\bar{B}} W(\zeta) d\zeta & \text{sonst} \end{cases}$$

und

$$E_t[\zeta_{t+1}|\zeta_{t+1} \geq \bar{C} - \rho v_t] = \int\limits_{\bar{C}-\rho v_t}^{(1-\rho)\bar{B}} \frac{\zeta W(\zeta)}{p(v_t)} \mathrm{d}\zeta,$$

wenn $p(v_t) > 0$. Daher gilt (2.28) für beliebige $\gamma > 0$.

definiert. Aus (2.25) folgt wegen (2.27):

$$\beta_0\bar{S} - \bar{D} - \bar{R} > v_t + \beta_1\gamma\Phi(v_t). \tag{2.30}$$

Weil ζ nach oben durch $(1-\rho)\bar{B}$ begrenzt ist, kann v_t niemals $\bar{B}$ überschreiten. Ferner ist $\Phi(v_t)$ monoton steigend mit einem Maximum bei $v_t = \bar{B}$. Sei $\bar{\gamma}$ die positive Lösung von

$$\beta_0\bar{S} - \bar{D} - \bar{R} - \bar{B} - \beta_1\bar{\gamma}\Phi(\bar{B}) = 0.$$

Daher gilt (2.30) mit Sicherheit für jedes $\gamma < \bar{\gamma}$, und das Wechselkursziel ist mit dem Geldmarktgleichgewicht vereinbar.

Im Ergebnis wird hier gezeigt, daß es unter den gegebenen Bedingungen für einen Zusammenbruch des Festkursregimes genügt, wenn die Devisenmarktteilnehmer künftig eine inflationäre Geldpolitik erwarten. Der nominale Inlandszins weicht dann zeitweise vom Auslandszins ab. Eine mit dem festen Wechselkurs verbundene Erhöhung der heimischen Geldmengenkomponente vergrößert die Zinsdifferenz. Ferner sind die folgenden beiden Punkte bedenkenswert. Das Modell unterstellt erstens ganz allgemein, daß im Fall einer Attacke die Zentralbank das Interesse am Wechselkursziel dauerhaft verliert.[67] Einleuchtender wäre es, die Zielfunktion der Zentralbank zum Maßstab für deren künftige Wechselkurs- bzw. Geldpolitik zu machen.[68]

[67]Eichengreen et al. (1995) finden wenige Anzeichen dafür, daß in der Realität eine Krise – selbsterfüllend oder nicht – typischerweise Regierungen zu akkomodierenden fiskal- oder geldpolitische Maßnahmen verleitet. Flood und Marion (1996) sprechen sich deshalb gegen die oben getroffene Annahme aus, daß die Zentralbank im Fall einer spekulativen Attacke das Wechselkursziel aufgibt. Obstfeld (1998) wendet gegen Eichengreen et al. (1995) ein, daß deren Panel-Studie den sehr unterschiedlichen Erfahrungen der darin erfaßten Volkswirtschaften nicht gerecht wird.

[68]Die Literatur diskutiert den Zusammenhang auf der Grundlage des Beitrags von Barro und Gordon (1983b) zur Unabhängigkeit der Zentralbank in einer geschlossenen Volkswirtschaft. Dadurch finden neben den im Sinne des monetären Wechselkursmodells „harten" Fundamentalvariablen zunehmend sogenannte „weiche" Fundamentalvariablen Beachtung, die diskretionäre Entscheidungsspielräume der Zentralbank abbilden sollen. Zu den ersten Autoren auf diesem Gebiet zählt Obstfeld (1994). Jeanne (1999, S. 23 ff.) faßt die am häufigsten behandelten Zielfunktionen zusammen. Krugman (1996) zeigt, daß – entgegen der Meinung im damaligen Schrifttum – eine Endogenisierung der geldpolitischen Zielfunktion nicht die Ursache mehrdeutiger Gleichgewichtslösungen ist. Beispielsweise halten Eichengreen und Wyplosz (1993); Obstfeld und Rogoff (1995b) die Erhöhung der Arbeitslosigkeit für die Ursache der Krise des Französischen Francs in den Jahren 1992-93 und nicht eine

Dies soll in der vorliegenden Studie nicht vertieft werden.[69] Zweitens geht das Modell davon aus, daß ein übergeordneter Zufallsgenerator die Abwertungserwartungen der Marktteilnehmer vorgibt. Ohne diese Annahme steht der einzelne Teilnehmer vor einem Entscheidungsproblem unter Unsicherheit. Er weiß, daß die Zentralbank ihr Wechselkursziel aufgibt, wenn genügend Spekulanten diesen Schritt erwarten. Unter sonst gleichen Umständen deutet eine Veränderung der Zinsdifferenz auf die Abwertungserwartungen der übrigen Teilnehmer hin. Unterliegt die Differenz darüber hinaus stochastischen Störungen, ist sie nur noch ein ungefährer Entscheidungsmaßstab, und die Fundamentalvariablen des monetären Wechselkursmodells erweisen sich neben den Abwertungserwartungen als zweite wichtige Größe. Sie engen den Bereich selbsterfüllender Gleichgewichtslösungen ein. Dies erläutert der folgende Abschnitt genauer.

2.3.2 Investitionskalkül der Spekulanten

Im vorstehenden Abschnitt bestimmt ein exogener, nicht näher beschriebener Zufallsprozeß, ob die privaten Devisenmarktteilnehmer künftig eine Abwertung erwarten. Die Zentralbank schafft dann nach erfolgter spekulativer Attacke durch einen geldpolitischen Regimewechsel die Voraussetzung für eine dauerhafte Abwertung der Inlandswährung und „rechtfertigt" damit ex post die Erwartungen der Spekulanten. Deshalb existiert eine Risikoprämie, so daß Inlands- und Auslandszins voneinander abweichen.[70]

Diese Sichtweise entspricht nicht dem im monetären Wechselkursmodell unterstellten Investitionsverhalten privater Devisenmarktteilnehmer, denn letztere vergleichen zu jedem Zeitpunkt die Verzinsung der annahmegemäß ansonsten identischen in- und ausländischen Vermögensanlage. Jede abweichende Verzinsung führt umgehend zu Arbitrage und wird beseitigt, auch

im Sinne des Abschnitts 2.2.3 mit dem EWS inkompatible Geldpolitik der französischen Notenbank.

[69] Zu diesem Problemkreis gehört auch die Glaubwürdigkeit des Wechselkursziels. Vgl. dazu Andersen (1994); Andersen und Risager (1991); Bensaid und Jeanne (2000); Claessens (1991); Cukierman (1992); DeKock und Grilli (1993); Egebo und Englander (1992); Hagen (1992); Horn und Persson (1988); Irwin (2001); Mélitz (1988); Obstfeld (1994); Velasco (1997); Vickers (1986); Winckler (1991).

[70] Dieses sogenannte Peso-Problem geht auf Krasker (1980) zurück. Im Gegensatz dazu sind in Abschnitt 2.2 In- und Auslandszins identisch.

dann, wenn, wie im folgenden unterstellt wird, der Inlandszins r_t variabel ist. Ferner soll, dem Gedanken in Masson (1999) sowie Jeanne und Masson (2000) folgend, der Handelsbilanzsaldo einem stochastischen Einfluß unterliegen.[71] Weiter wird unterstellt, daß ein solcher Schock auftreten kann. Fixiert die Zentralbank den Wechselkurs, erhöht oder verringert eine Handelsbilanzänderung die Devisenreserven. Durch einen hinreichend großen Schock G_t können die Reserven unter das kritische Niveau $\bar{R}$ sinken, so daß die Inlandswährung abwertet.

Wie folgende Überlegung hinsichtlich der erwarteten Rendite einer inländischen Vermögensanlage zeigt, verlangen risikoneutrale Halter inländischer Wertpapiere unter den genannten Bedingungen zusätzlich zum Auslandszinssatz r^* eine Prämie in Höhe des Produkts aus der Eintrittswahrscheinlichkeit γ einer Abwertung und der erwarteten Abwertungsrate δ:[72]

$$E_t\left[\frac{1+r}{S_{t+1}/S_t}\right] = \frac{(1+r)\bar{S}}{(1+\gamma\delta)\bar{S}} \approx e^{r-\gamma\delta}. \tag{2.31}$$

Der Inlandszins r_t ist auf eine akkumulierte Auslandsverschuldung V zu entrichten, wobei zur Vereinfachung keine neuen Nettokapitalströme auftreten sollen.[73] Insgesamt hängt die Veränderung der Devisenreserven damit von der Abwertungswahrscheinlichkeit und dem erwarteten Abwertungsumfang ab:[74]

$$R_{t+1} - R_t = G_{t+1} - (r^* + \gamma_t\delta)V. \tag{2.32}$$

Unterschreiten die Devisenreserven im Zeitpunkt $t+1$ das kritische Niveau ($R_{t+1} - \bar{R} < 0$), gibt die Zentralbank den Wechselkurs frei, und die Inlands-

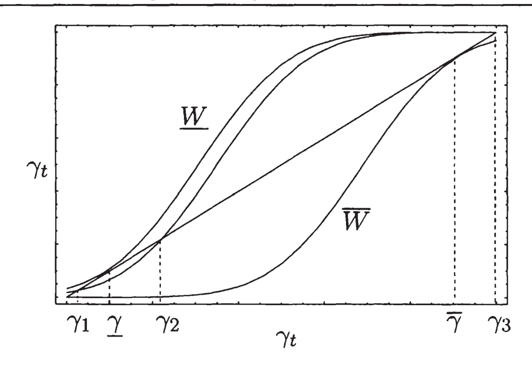
[71] Vergleichbare Ergebnisse ergäben sich, wenn anstelle des Handelsbilanzsaldos der Auslandszinssatz r^* eine stochastische Variable wäre.

[72] Vgl. zur Herleitung der Risikoprämie auch Flood und Marion (1996).

[73] Vgl. z.B. Díaz-Alejandro (1989) zum möglicherweise destabilisierenden Einfluß ausländischen Kapitals auf eine Volkswirtschaft.

[74] Das folgende Modell beruht im wesentlichen auf Jeanne (1997); Masson (1999). Eine Würdigung nehmen Lyrio und Dewachter (2000) vor. Einen vergleichbaren Ansatz verfolgen Botman und Jager (2002).

Abbildung 2.3 Notwendige Bedingung



währung wertet sofort ab.[75] Die im Zeitpunkt t für den Zeitpunkt $t + 1$ gebildete Abwertungswahrscheinlichkeit ist daher:

$$\begin{aligned} \gamma_t &= \Pr_t[R_{t+1} - \bar{R} < 0] \\ &= \Pr_t[G_{t+1} - (r^* + \gamma_t\delta)V + R_t - \bar{R} < 0] \\ &= \Pr_t[b_{t+1} < a\gamma_t], \end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\text{mit} \quad a \equiv \delta V \quad \text{und} \quad b_{t+1} \equiv G_{t+1} - r^*V + R_t - \bar{R}.$$

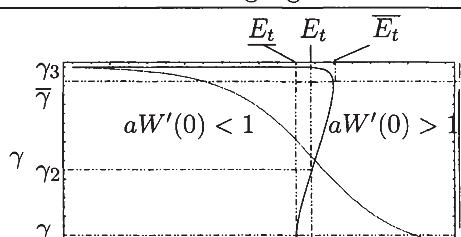
Sie beruht auf dem Abwertungsumfang a und dem um die Auslandsverschuldung bereinigten Verhältnis des Schocks zu den verfügbaren Devisenreserven b_{t+1}.

Um die Wahrscheinlichkeit $\Pr_t[b_{t+1} < a\gamma_t]$ bestimmen zu können, muß ihre Dichte- oder Verteilungsfunktion bekannt sein. Werden rationale[76] und risikoneutrale Finanzmarktteilnehmer mit perfekter Voraussicht angenommen, ist es üblich, den Erwartungsfehler ξ_t bezüglich b_t als gaußverteilt mit stochastisch voneinander unabhängigen Variablen, einem Mittelwert von null und der Varianz σ^2 anzunehmen:[77]

$$\xi_t = b_t - E_{t-1}[b_t]. \tag{2.34}$$

[75]Siehe Abschnitt 2.2.3.
[76]Vgl. Muth (1961)
[77]Diese Annahme wird in Abschnitt 3.1 zu hinterfragen sein.

Abbildung 2.4 Hinreichende Bedingung



Die Abwertungswahrscheinlichkeit γ_t folgt unter dieser Bedingung einer Gauß-verteilung:

$$\gamma_t = W[a\gamma_t - E_t[b_{t+1}], \sigma^2]. \tag{2.35}$$

Diese Beziehung definiert die Erwartungsbildung der privaten Marktteilnehmer. Es besteht die Möglichkeit multipler Gleichgewichte, da beide Seiten von der Abwertungswahrscheinlichkeit γ_t abhängen. In Abbildung 2.3 beträgt die Steigung der rechten Seite von (2.35) $aW'[d\gamma_t - E_t[b_{t+1}]]$ und hat im Punkt $\gamma_t = E_t[b_{t+1}]/a \equiv aW'(0)$ ein Maximum. Die Steigung der linken Seite von (2.35) ist konstant eins, so daß folgende notwendige Bedingung für multiple Gleichgewichte besteht:

$$aW'(0) = \frac{a}{\sigma\sqrt{2\pi}} > 1. \tag{2.36}$$

Bezüglich der hinreichenden Bedingung ist zu beachten, daß im Fall $aW'(0) < 1$ die Steigung der W-Kurve an jedem Punkt kleiner als eins ist, so daß die Abwertungswahrscheinlichkeit γ_t durch $E_t[b_{t+1}]$ eindeutig bestimmt wird und in $E_t[b_{t+1}]$ streng monoton fällt. Gilt hingegen $aW'(0) > 1$, ist die Steigung der W-Kurve im Punkt $\gamma_t = E_t[b_{t+1}]/a$ streng größer als eins, so daß sie die 45-Grad-Linie in drei Punkten schneidet, sofern die W-Kurve nicht

zu weit nach links ($\underline{W}$) oder rechts ($\overline{W}$) verschoben ist. Aus den Tangentialbedingungen (hier für den Fall $\bar{W}$)[78]

$$\overline{\gamma} = W(a\overline{\gamma} - \overline{E_t[b_{t+1}]}) \quad \text{und} \tag{2.37}$$

$$1 = aW'(a\overline{\gamma} - \overline{E_t[b_{t+1}]}) \quad \text{mit} \quad E_t[b_{t+1}] < a\overline{\gamma_t} \tag{2.38}$$

folgen als hinreichende Bedingungen für multiple Gleichgewichte:[79]

$$\begin{aligned} \overline{E_t[b_{t+1}]} &= aW\left[W'^{-1}\left(\frac{1}{a}\right)\right] - W'^{-1}\left(\frac{1}{a}\right) \\ &= aW[\sqrt{2\ln[aW'(0)]}] - \sigma aW'(0) \quad \text{und} \end{aligned} \tag{2.39}$$

$$\begin{aligned} \underline{E_t[b_{t+1}]} &= aW\left[-W'^{-1}\left(\frac{1}{a}\right)\right] + W'^{-1}\left(\frac{1}{a}\right) \\ &= aW[-\sqrt{2\ln[aW'(0)]}] + \sigma aW'(0). \end{aligned} \tag{2.40}$$

Sie werden in Abbildung 2.4 illustriert. Liegt $E_t[b_{t+1}]$ außerhalb des kritischen Wertebereichs $(\underline{E_t[b_{t+1}]}, \overline{E_t[b_{t+1}]})$, ist die Abwertungswahrscheinlichkeit eindeutig durch die Erwartungen bestimmt. Sie fällt streng monoton in dieser Variablen. Liegt $E_t[b_{t+1}]$ hingegen im kritischen Wertebereich, hat das Modell mit γ_1, γ_2 und γ_3 drei Gleichgewichtslösungen.

Ein Vergleich der hinreichenden Bedingung mit den Ergebnissen der zuvor erörterten Modelle (Abschnitte 2.2 bis 2.3.1) zeigt, daß weder die Fundamentalvariablen noch die Abwertungserwartungen der Devisenmarktteilnehmer die alleinige Erklärung für spekulative Attacken sind. Liegen die Erwartungen der Marktteilnehmer über dem kritischen Wert $\overline{E_t[b_{t+1}]}$, vertritt die Zentralbank das Wechselkursziel glaubhaft. Die Abwertungswahrscheinlichkeit ist dann eindeutig bestimmt und liegt nahe null, so daß aller Voraussicht nach keine spekulative Attacke erfolgen wird.[80] Eindeutig bestimmt ist die Abwertungswahrscheinlichkeit auch bei unter dem kritischen Wert $\underline{E_t[b_{t+1}]}$ liegenden Erwartungen. Sie ist dort nahezu eins und veranlaßt die Marktteil-

[78]Für $\underline{W}$ gelten analoge Beziehungen.

[79]Gleichung (2.40) folgt aus (2.39) aufgrund der Symmetrie von $W(\cdot)$. Bedingung (2.39) ergibt sich durch Inversion von $W'(\cdot)$ und anschließende Substitution für $\overline{\gamma_t}$ in den genannten Tangentialbedingungen.

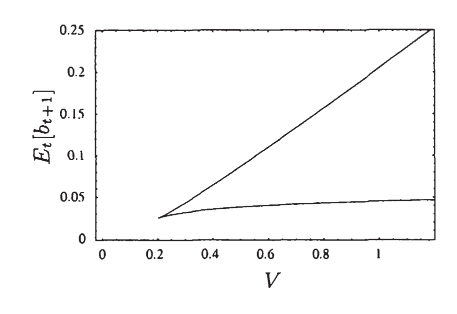
[80]Die Glaubwürdigkeit ist nicht perfekt, da eine kleine Wahrscheinlichkeit existiert, daß ein hinreichend großer Schock zum Verlassen des Festkursregimes führt.

nehmer daher sehr wahrscheinlich zur spekulativen Attacke. Dieses Ergebnis wurde ähnlich schon in Abschnitt 2.2 erzielt.

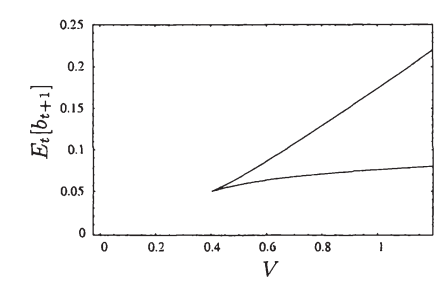
Liegen die Erwartungen im kritischen Bereich, sind drei Werte für die Abwertungswahrscheinlichkeit gleichgewichtig (γ_1, γ_2 und γ_3). Erwartungen der Marktteilnehmer über eine bevorstehende Abwertung können in diesem Fall analog zum Abschnitt 2.3.1 selbsterfüllend sein, da eine hohe Abwertungswahrscheinlichkeit (γ_2 oder γ_3) wegen der damit verbundenen höheren Risikoprämie gemäß (2.32) tendenziell die Devisenreserven verringert. Umgekehrt nehmen die Devisenreserven bei geringer Abwertungswahrscheinlichkeit (γ_1) im Durchschnitt weniger stark ab. Die Erwartungen hinsichtlich der Fortführung des festen Wechselkursregimes sind deshalb ebenfalls selbsterfüllend. In diesem Sinne soll die vorliegende Studie im weiteren eine starke Zunahme der Abwertungswahrscheinlichkeit als Währungskrise interpretieren.

Die hinreichende Bedingung ist im Kern eine Anforderung an die Höhe der Devisenreserven. Sind sie hoch genug, ist die Wahrscheinlichkeit einer Währungskrise gering. Umgekehrt ist eine Krise bei hinreichend niedrigem Reservebestand nahezu sicher. Es ist daher (2.36) in (2.32) einzusetzen und auf diese Weise der Umfang des kritischen Bereichs in Abhängigkeit der übrigen Modellparameter zu ermitteln. Abbildung 2.5 zeigt, daß das Intervall $(\underline{E_t[b_{t+1}]}, \overline{E_t[b_{t+1}]})$ mit steigender Auslandsverschuldung zunimmt. Zudem ist bei gegebener Auslandsverschuldung der Spielraum für multiple Gleichgewichte unter hoher Varianz des Erwartungsfehlers geringer als unter niedriger Varianz. Ferner ist zu jedem Wert der Varianz eine Mindestverschuldung zu überschreiten, bevor multiple Gleichgewichte möglich sind. Dieses Bild bestätigt Abbildung 2.6, die für verschiedene Verschuldungsniveaus den kritischen Bereich in Abhängigkeit der Varianz ausweist.

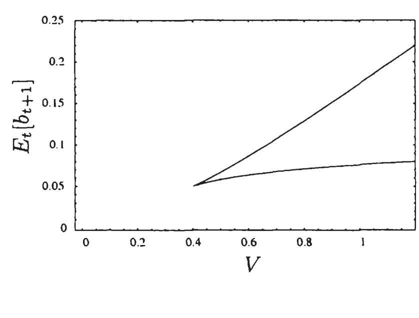
Abbildung 2.5 Kritischer Bereich bei Variation von σ



(1) $\sigma = 0.02$



(2) $\sigma = 0.04$



(3) $\sigma \rightarrow 0$

Es sind: $\sigma = 2v.Hd.$ des BIP, $\delta = 25v.Hd.$ des BIP, $\bar{R} = 0$, $E_t(T_{t+1}) = 1.25$ v.Hd. des BIP, $r^*D = 0.05.0.25 = 1.25$ v.Hd., $r^* = 5$ v.Hd. und $V = 25$ v.Hd.

2.4 Zwischenergebnis

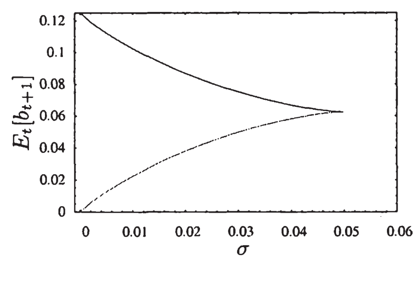
Im Ergebnis hat eine Währungskrise anscheinend zwei einander ausschließende Ursachen. Zum einen kann sich die Geldpolitik der Zentralbank von einem stabilitätsgerechten auf einen inflationären Kurs ändern. Dieser Fall entspricht in Abschnitt 2.3.2 einem Absinken von $E_t[b_{t+1}]$ auf einen niedrigeren Wert, wobei die Werte jeweils außerhalb des kritischen Intervalls liegen. Zum anderen können innerhalb des kritischen Intervalls Erwartungsänderungen auftreten, die im Gegensatz zum erstgenannten Fall keinen Bezug zu den sonstigen Variablen und Parametern des Modells haben.[81] Notwendige Bedingung selbsterfüllender Attacken ist, daß der Devisenreservebestand empfindlich genug auf die Erwartungsänderungen der Marktteilnehmer reagiert. Die makroökonomischen Rahmenbedingungen sind in diesem Fall zwar die Voraussetzung für eine Währungskrise, ausgelöst wird sie aber durch nicht näher spezifizierbare Vorgänge auf den Finanzmärkten, welche die Erwartungen der Marktteilnehmer auf eine hohe oder niedrige Abwertungswahrscheinlichkeit hin koordinieren.

Die Abschnitte 2.2 und 2.3 untersuchen zwei wesentliche Triebfedern spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime: Die Geldpolitik der Zentralbank und die Erwartungen der Spekulanten über eine künftige Abwertung der Inlandswährung. Während das monetäre Zahlungsbilanzkrisenmodell bei alleiniger Betrachtung unterschiedlicher geldpolitischer Regime (Abschnitt 2.2) stets eindeutige Gleichgewichtslösungen hat, führt die zusätzliche Berücksichtigung der Abwertungserwartungen der Devisenspekulanten (Abschnitt 2.3) zu mehrdeutigen Ergebnissen, weil Angaben über den Mechanismus der selbsterfüllenden Erwartungen, der das Verhalten der einzelnen Devisenmarktteilnehmer koordiniert, fehlen.[82] Bislang in der allein makroökonomische Variablen betrachtenden Literatur diskutierte Verbesserungsvorschläge gehen auf die Erwartungsbildung der Devisenmarktteilnehmer ebenfalls nur oberflächlich ein. Dieser Mangel soll mit den Kapiteln 3 und 4 der vorliegenden Studie behoben werden.

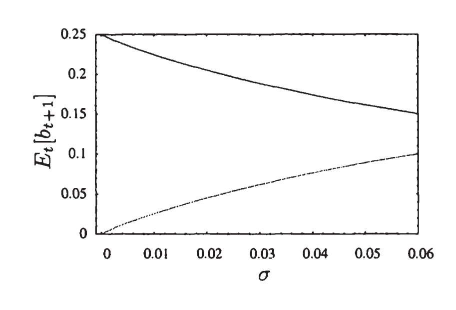
[81] Das Fehlen eines Fundamentalvariablenschocks gilt als ein wesentliches Merkmal der Ost-Asien-Krise (1997-98). Beispielsweise nach Chang und Velasco (1999); Radelet und Sachs (1998a) ist deshalb die Panik von Spekulanten maßgeblich für den Wechsel zwischen mehrdeutigen Modellgleichgewichten.

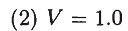
[82] Dies bemängelt auch Obstfeld (1994, S. 210).

Abbildung 2.6 Kritischer Bereich bei Variation von V

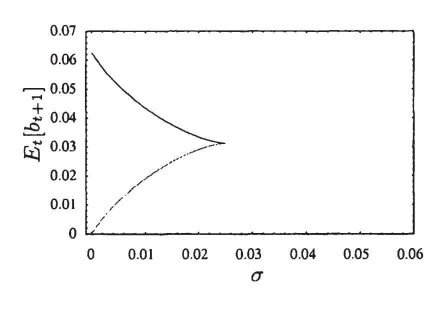


(1) $V = 0.5$





(2) $V = 1.0$



(3) $V = 0.25$

Daten wie Abbildung 2.5.

Kapitel 3

Devisenhandel bei begrenzter Markteffizienz

Das vorstehende Kapitel beschreibt die Analyse spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime mit Hilfe des monetären Zahlungsbilanzmodells. Die dabei zugrunde liegende Hypothese, die mikroökonomische Dynamik des Angebots- und Nachfrageverhaltens der Devisenmarktteilnehmer sei irrelevant, wird im vorliegenden Kapitel hinterfragt.[1] Abschnitt 3.1 begründet dies mit jüngeren Ergebnissen aus der Kapitalmarktforschung, die heterogene Erwartungen und einen endlichen Anlagehorizont der privaten Devisenmarktteilnehmer vermuten lassen. Abschnitte 3.2 und 3.3 erörtern eine Methode zur Bestimmung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, welche diesen Sachverhalt abbildet und die (in Kapitel 4) anstelle der Normalverteilung im Modell des Abschnitts 2.3.2 verwendet werden soll.

Zur Umsetzung solcher Methode zeigt Abschnitt 3.2.2 zunächst anhand eines Beispiels und dann in allgemeiner Form, wie die Wechselbeziehung zwischen dem in Abschnitt 3.1 zu erörternden Imitationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer einerseits und dem auf der Bildung von Wechselkurserwartungen mittels makroökonomischer Rahmendaten (vgl. Kapitel 2) gründendem Beharrungsverhalten andererseits in idealisierter Weise mit Hilfe eines Systems gegenseitig abhängiger, deterministischer und nicht-linearer

[1] Jeanne und Rose (1999) sprechen sich ebenfalls dafür aus, bei der Analyse von Wechselkursregimen die mikroökonomische Struktur des Devisenmarkts nicht zu vernachlässigen.

Differentialgleichungen erfaßt werden könnte.[2] Abschnitt 3.1 läßt darüber hinaus vermuten, daß von diesem Differentialgleichungssystem nicht erfaßte zufällige Schwankungen des Verhaltens einiger weniger Devisenmarktagenten die Aktionen aller Teilnehmer nachhaltig beeinflussen könnten. Diesen Sachverhalt berücksichtigt Abschnitt 3.2.3 durch Erweiterung des Differentialgleichungssystems aus Abschnitt 3.2.2 um stochastische Komponenten. Der überwiegend formal geführten Diskussion in den Abschnitten 3.2.2 und 3.2.3 geht mit Abschnitt 3.2.1 eine verbal gehaltene Übersicht voran.

Das Ziel, die Dynamik des Devisenhandels über eine Wahrscheinlichkeitsverteilung zu beschreiben, will die vorliegende Studie erreichen, indem sie die mathematischen Eigenschaften des angesprochenen stochastischen Differentialgleichungssystems in einer einzigen dynamischen Beziehung, der sogenannten Fokker-Planck-Gleichung zusammenfaßt. Dazu behandelt Abschnitt 3.3 Grundlagen, die für den in Kapitel 4 vorzunehmenden Vergleich zwischen dem monetären Zahlungsbilanzmodell und dem hier postulierten Ansatz notwendig sind. Dabei ist zum einen darzulegen, wie ein formaler Ausdruck für die Fokker-Planck-Gleichung gefunden werden kann. Zum anderen sind die wichtigsten mathematischen Eigenschaften der letztgenannten Beziehung zu erläutern.

3.1 Informationseffizienz des Devisenmarkts

Das Standardmodell zu Zahlungsbilanzkrisen geht von der Hypothese eines effizienten Devisenmarkts aus. Empirische Daten stützen diese Vermutung kaum.[3] Der vorliegende Abschnitt diskutiert die Effizienzhypothese und stellt mit dem Herdenverhalten einerseits und dem Noise- bzw. Liquiditätshandel andererseits zwei wichtige Elemente der modernen kapitalmarkttheoretischen Literatur vor. Damit folgt die vorliegende Studie dem dort geäußerten Vorschlag, die bislang auf makroökonomischen Variablen beruhende Analyse

---

[2] Es sei auf Aoki (1998) verwiesen, welcher der zunehmenden Anwendung dieses in den Naturwissenschaften etablierten Verfahrens in den Wirtschaftswissenschaften nachgeht. Vgl. darüber hinaus auch Malliaris und Stein (1999).

[3] Die momentan existierenden makroökonomischen Wechselkursmodelle gelten im überjährigen Bereich als wenig aussagekräftig. Vgl. insbesondere Adams und Boyer (1986); Evans und Lyons (2002); Frankel und Rose (1995); Isard (1995); Meese (1990); Meese und Rogoff (1983c); Obstfeld und Rogoff (1995a); Taylor (1995).

des Devisenkurses um Preisbildungsprozesse auf mikroökonomischer Ebene zu ergänzen.[4] Dies sei nachstehend näher ausgeführt.

Das in Kapitel 2 vorgestellte monetäre Wechselkursmodell beruht im Grundsatz auf Friedman (1953).[5] Der Autor unterscheidet Devisenmarktteilnehmer, welche den im Sinne des die in- und ausländische Volkswirtschaft beschreibenden Modells langfristig gleichgewichtigen Wechselkurs kennen und Teilnehmer, welche dieses Wissen nicht haben. Meistens werden erstere als „rationale" und letztere als „irrationale" Teilnehmer beziehungsweise auch als informierte und nicht informierte Agenten bezeichnet.[6] Aus Sicht des in Kapitel 2 verwendeten monetären Zahlungsbilanzmodells sind nicht informierte Marktteilnehmer mit Spekulanten gleichzusetzen, die von erwarteten Wechselkursdifferenzen profitieren möchten, welche die informierten Teilnehmer nicht vorhersehen. Laut Friedman kaufen Spekulanten aber durchschnittlich immer zu hohen Kursen und verkaufen zu niedrigen Kursen. Sie verlieren also zugunsten der informierten Teilnehmer Vermögen und scheiden so rasch aus dem Markt aus, daß sie den Devisenkurs weder quantitativ noch über einen längeren Zeitraum nennenswert beeinflussen.[7]

Gemäß Friedman antizipieren die Devisenmarktteilnehmer die Renditen vergleichbarer in- und ausländischer Vermögensanlagen also im Durchschnitt korrekt. Mithin hängt der Wechselkurs ausschließlich von den makroökonomischen Fundamentalvariablen, d.h. dem Verhältnis der gewinnbestimmenden Faktoren in- und ausländischer Vermögensanlagen, ab. In modellhaften Untersuchungen des Devisenmarkts kann deshalb vom Handelsprozeß und der Devisenmarktorganisation abstrahiert werden. Diesen Sachverhalt bezeichnet die Literatur als No-Trade-Theorem.

[4]Vgl. z.B. Evans und Lyons (2002); Lux (1995, 1997); Lyons (2001).

[5]Vgl. auch Fama (1965a).

[6]Die Bezeichnungen „rational" und „irrational" sind mit Vorsicht zu wählen. Wie die nachstehenden Ausführungen zeigen, verhalten sich Devisenmarktteilnehmer, die den langfristig gleichgewichtigen Wechselkurs nicht kennen, im Sinne von Grunberg und Modigliani (1954); Muth (1961) rational, wenn sie das Verhalten vermeintlich besser Informierter nachahmen. Gleichfalls kann es für Devisenmarktteilnehmer, die den langfristig gleichgewichtigen Wechselkurs kennen, gewinnmaximierend – also rational – sein, auf kurze Sicht das Verhalten der übrigen, nicht informierten Marktteilnehmer zu imitieren. Vgl. Froot et al. (1992). In ähnlichem Zusammenhang argumentiert auch Kurz (1994b).

[7]Vgl. das in Fußnote 13 skizzierte Arbitrageargument.

Grundlage empirischer Untersuchungen[8] der Hypothese Friedmans ist der von Fama (1970, 1976)[9] geprägte Begriff[10] der Informationseffizienz. Ein Markt ist informationseffizient, wenn er liquide ist, eine geringe Friktion hat und alle gegenwärtig[11] verfügbaren[12] Informationen im Kurs aggregiert sind. Gilt die These Famas und Friedmans, ist es unerheblich, ob alle Marktteilnehmer neue Informationen gleichmäßig erhalten. Sie wissen, wie Information den Kurs verändert und können deshalb von beobachteten Kursschwankungen auf alle Informationen schließen. Im Gleichgewicht[13] sind alle relevanten Sachverhalte im Kurs aggregiert, und der einzelne Marktteilnehmer kann aus der Kenntnis des Kurses keine ihm noch unbekannte Information gewinnen.[14] Er wird daher eine Prognose des künftigen Kurses unterlassen und keine extrapolative Anlagestrategie verfolgen, da den damit verbundenen Kosten kein zu erwartender Ertrag gegenübersteht.

---

[8]Vgl. insbesondere auch Grossman (1976, 1981); Grossman und Stiglitz (1980); Jordan (1982); LeRoy (1989).

[9]Siehe auch Fama (1965a,b, 1991).

[10]Die Informationseffizienz des Marktmechanismus ist spätestens seit Working (1934, 1949), der nachweist, daß künftige Kapitalmarktpreise tendenziell zufällig sind, ein intensiv untersuchter Bereich. Die von Samuelson (1965) aufgestellte Hypothese effizienter Märkte ist der Versuch, Workings Resultat modellhaft abzubilden. Vgl. auch Grossman (1981); Tirole (1982) zur Bedeutung des Konzepts rationaler Erwartungen für die Informationseffizienz eines Marktes.

[11]Fama unterscheidet zur empirischen Prüfung seiner Vermutung drei Hypothesen: Historische Informationen sind im Kurs aggregiert (schwache Hypothese), alle öffentlich verfügbaren Informationen sind aggregiert (mittelstarke Hypothese) und neben allen öffentlich verfügbaren Informationen sind auch alle privaten Informationen aggregiert (starke Hypothese).

[12]Fama unterstellt einen unmittelbaren Zugang der Marktteilnehmer zu bewertungsrelevanter Information, womit gleichermaßen die Verfügbarkeit und die Verarbeitung der Information gemeint sind. Letztgenannte Größe umfaßt die Kosten der Verarbeitung und gegebenenfalls nicht beliebig anpaßbarer Verarbeitungskapazitäten.

[13]Angenommen, es kann eine künftige Kurssteigerung vorhergesagt werden. Die Marktteilnehmer werden die Auslandswährung jetzt kaufen und später wieder verkaufen, um einen Profit zu erzielen. Ein effizienter Markt reagiert auf die höhere Nachfrage umgehend mit einem Kursanstieg. Dabei ist es für das Kriterium der Informationseffizienz streng genommen nicht notwendig, daß der gegenwärtige Kurs buchstäblich alle bewertungsrelevanten Informationen reflektiert. Es genügt, wenn kein Marktteilnehmer durch informationsgeleitetes Handeln einen Gewinn erzielen kann.

[14]In diesem Zusammenhang sei Kareken und Wallace (1981) erwähnt. Dort ist jeder im Zeitablauf konstante Wechselkurs mit dem Gleichgewicht bei perfekter Voraussicht konsistent.

Jüngere empirische Studien stützen[15] die Annahme eines uneingeschränkt informationseffizienten Devisenmarkts nicht.[16] Erstens weisen die natürlichen Logarithmen der Zeitreihen (flexibler) Wechselkurse Trends auf, während die Kursdifferenzen erster Ordnung einen erratischen Verlauf haben.[17] Die letztgenannte Beobachtung stimmt mit den Vermutungen Friedmans und Famas überein. Weil die empirischen Kursänderungen allein auf einer exogenen Zufallskomponente beruhen, können auf der Prognose des künftigen Wechselkurses aufbauende Anlagestrategien nicht gewinnbringend sein.[18] Die erstgenannte Beobachtung besagt genau das Gegenteil, nämlich daß extrapolative Investitionsstrategien[19] profitabel sind, weil der Wechselkursverlauf vorhersagbar[20] ist, was immer mehr empirische Studien[21] stützen.

[15]Trotz zahlreicher Untersuchungen besteht in der empirischen Literatur gegenwärtig immer noch kein Konsens darüber, ob Kapitalmärkte effizient sind. Vgl. Lo (1997). Wie Ball (1994) festhält, besteht das grundsätzliche Problem empirischer Prüfungen der Effizienzhypothese darin, daß sie eine Implikation der rationalen Informationsverwendung auf einem perfekten Markt ist; da nur eingeschränkte Kenntnis darüber bestünde, welche Kursreaktionen von einem solchen Markt zu erwarten seien, wären empirische Ergebnisse zur Informationseffizienz ebenfalls nur bedingt verläßlich. Hinzu kommt, daß die Hypothese effizienter Märkte per se nicht wohldefiniert und damit auch nicht per se empirisch zurückweisebar ist. Dazu bedarf es weiterer Annahmen insbesondere hinsichtlich der den Marktteilnehmern verfügbaren Informationen. Vgl. hierzu gleichfalls Lo (1997).

[16]Vgl. z.B. Grossman und Stiglitz (1976, 1980); Haltiwanger und Waldman (1985); Hart und Kreps (1986); Russell und Thaler (1985); Stein (1987); Townsend (1980); Varian (1986).

[17]Vgl. z.B. die Übersichtsstudie von Siddiqui (1998).

[18]Dieser Sachverhalt wird als Random-Walk-Hypothese bezeichnet. Empirische Untersuchungen dieser Vermutung kommen zu widersprüchlichen Ergebnissen. Ausgangspunkt dafür waren die Versuche von Meese und Rogoff (1983a,c), mit auf statistischen Prognoseverfahren beruhenden Anlagestrategien bessere Renditen als mit der von der Random-Walk-Hypothese implizierten Buy-and-Hold-Strategie zu erzielen. In diesem Zusammenhang sind auch die Schwierigkeiten mit der Zurückweisung eines Unit-Root-Tests des Realwechselkurses zu nennen. Vgl. Kilian und Taylor (2001); Rogoff (1996); Taylor (1995); Taylor und Peel (2000); Taylor et al. (2001). Ferner scheint der Kassa-Wechselkurs während einer Hyperinflation den Fundamentaldaten enger zu folgen als außerhalb solcher Perioden. Vgl. Frenkel (1976); Taylor (1995).

[19]Solche Anlagestrategien werden häufig als „technische Analyse“ bezeichnet. Zahlreiche Autoren belegen deren Verbreitung auf dem Devisenmarkt. Vgl. z.B. Allen und Taylor (1990); Cheung und Wong (1999); Frankel (1989); Lui und Mole (1998); Osler (2000); Taylor und Allen (1992).

[20]Die Möglichkeit einer langfristigen Prognostizierbarkeit des Wechselkurses untersuchen z.B. Chinn und Meese (1995); Lewis (1995b); Mark (1995); Mark und Sul (2001); Mark und Wu (1998); Smith und Wickens (2002).

[21]Vgl. z.B. Bilson (1990, 1993); Chang und Osler (1998); Dooley und Shafer (1976, 1983); Gençay (1999); Goodman (1979); LeBaron (1999); Levich (1990); Levich und Tho-

Nicht auf volkswirtschaftliche Fundamentalvariablen bezogenes Handelsgeschehen könnte auch die nachgewiesenen nicht-linearen[22] Reaktionen empirischer Wechselkurse erklären.[23]

Zweitens sind die empirischen[24] Wechselkurse im Widerspruch zu den Theorien Friedmans und Famas volatiler als die Fundamentalvariablen („excess volatility").[25] Drittens beschreibt die Literatur zur Mikroökonomik des Kapitalmarkts zahlreiche anomale Verhaltensweisen der Marktteilnehmer. Dies legt die Vermutung nahe, daß die Annahme des monetären Zahlungsbilanzmodells, die Agenten seien vollständig informiert und hätten einen un-

---

mas (1993); Menkhoff (1998); Menkhoff und Schlumberger (1995); Neely et al. (1997); Schulmeister (1988); Sweeney (1986). Die statistischen bzw. ökonomischen Ursachen für die Profitabilität der genannten Investitionsstrategien sind bislang nicht eindeutig identifiziert. Vgl. z.B. Dewachter (2001); Maillet und Michel (2000); Neftci (1991). Im Zusammenhang mit der vorliegenden Studie erwähnenswert ist, daß extrapolative Verfahren möglicherweise aufgrund von Zentralbankinterventionen (vgl. z.B. Dooley und Shafer (1983); Hung (1997); LeBaron (1999,?); Neely und Weller (2001); Reitz (2002); Szarkmary und Mathur (1997)) oder von selbsterfüllenden Erwartungen (vgl. z.B. Osler (2000)) der Marktteilnehmer erfolgreich sind.

[22]Vgl. z.B. Balke und Formby (1997); Hsieh (1989); Kilian und Taylor (2001); Taylor und Peel (2000); Taylor et al. (2001). Zum Teil werden die genannten Nicht-Linearitäten auf Transaktionskosten zurückgeführt (vgl. Dumas (1992); Taylor et al. (2001)). Vgl. in diesem Zusammenhang auch Bonomo und Garcia (2001). Nicht-lineare Zusammenhänge sind ein wichtiger Aspekt der weiter unten zu behandelnden Noise-Händler-Modelle. Die Veröffentlichungen von Brock (1997); De Grauwe und Dewachter (1993); Frenkel und Froot (1990) sind hier an erster Stelle zu nennen. Vgl. auch Bajo-Rubio et al. (1992); Barnett und Hinich (1992); Brooks (1996); Chiarella (1992); Chorafas (1994); Day und Huang (1990); De Grauwe et al. (1993); Diebold und Nason (1990); Drunat et al. (1996); Engle (1994); Engle und Hamilton (1990); Hsieh (1989); Meese und Rose (1991); Mizrach (1992); Sarantis (1999); van der Ploeg (1985).

[23]Flood und Taylor (1996, S. 9) mutmaßen, daß der Wechselkurs auch von spekulativen Kräften jenseits der „üblichen" makroökonomischen Fundamentalvariablen beeinflußt wird. Carlson und Osler (1998) machen hierfür unter anderem mikroökonomische Faktoren verantwortlich.

[24]Auch aus theoretischer Sicht ist Friedmans These umstritten. Vgl. Baumol (1957); Farrell (1966); Hart und Kreps (1986); Hau (1995); Stein (1987, 1961).

[25]Vgl. z.B. Baxter und Stockman (1989); Blanchard (1981); Campbell und Mankiw (1987); Flood und Rose (1995); Frankel und Rose (1995); Obstfeld und Rogoff (2000). Ito et al. (1998) beobachten einen starken empirischen Zusammenhang zwischen dem Umfang spekulativer Aktivität und der Volatilität von Finanzmarktpreisen. Das Modell von Kareken und Wallace (1981) hat Gleichgewichtslösungen, in denen zufällige Wechselkursänderungen nicht mit den Fundamentalvariablen korreliert sind. Flood und Rose (1995) geben zu bedenken, daß die Literatur im Regelfall die Abhängigkeit der Fundamentalvariablenvolatilität vom Wechselkursregime übersieht. Vgl. dazu auch Mussa (1986); Stockman (1983).

endlich langen[26] Anlagehorizont, unrealistisch sind.[27] Viertens bestätigen experimentelle[28] Studien, daß Kurse die privaten Informationen der Marktteilnehmer nur unter sehr engen Voraussetzungen[29] vollständig aggregieren.[30] In komplexeren Szenarien ist das Maß der Informationsaggregation offen.[31] Es scheint darauf anzukommen, ob die Marktteilnehmer einer gemeinsamen Dividendenstruktur unterliegen und ob sie durch mehrperiodische Spiele Gelegenheit zu Lernprozessen[32] beziehungsweise strategischem Verhalten haben.

---

[26]Die Bedeutung der Länge des Anlagehorizonts von Spekulanten auf die Wechselkursdynamik untersuchten z.B. Osler (1995, 1998).

[27]Vgl. z.B. Calvo und Mendoza (1998a,b). Mögliche Ursachen für den genannten Sachverhalt untersucht insbesondere die sogenannte Behavioral Finance. Vgl. einführend z.B. Shleifer (2000) sowie grundlegend Tversky und Kahneman (1971, 1973, 1974, 1981, 1983, 1991).

[28]Experimentelle Studien können die Rahmenbedingungen weit besser kontrollieren als empirische Untersuchungen. Letztere sind streng genommen nur bei Kenntnis der (gegebenenfalls zeitveränderlichen) Verteilung der Informationen über die Gesamtheit der Marktteilnehmer möglich. Sie sind aber meistens unbekannt und müssen durch zum Teil schwer überprüfbare Annahmen ersetzt werden. Vgl. z.B. Huberman und Schwert (1985); Schwert (1981).

[29]Sehr restriktive Annahmen treffen z.B. Ang und Schwartz (1985); Friedman et al. (1984); Plott und Sunder (1982).

[30]Im allgemeinen wird die These asymmetrisch informierter Devisenmarktteilnehmer abgelehnt. Vgl. z.B. Wei und Kim (1999). Dennoch ist die Frage, ob nicht große Marktteilnehmer informationstechnisch privilegiert sind und daher den Wechselkurs für eine kurze Zeitspanne prognostizieren können, bislang nicht eindeutig beantwortet. Vgl. z.B. Belle (1975,?); Corsetti et al. (2001); Eaker (1977); Mahajan und Mehta (1984, 1986); So (1994) und speziell zu spekulativen Attacken gegen ein festes Wechselkursregime Corsetti et al. (2000, 2001). Im strengen Sinne private Informationen hat auf dem Devisenmarkt mit Sicherheit lediglich die Zentralbank. Wie Bhattacharya und Weller (1993) feststellen, wäre es aber problematisch, sie (eventuell anwesenden) privaten Marktteilnehmern mit privaten Informationen gleichzustellen, da für die Zentralbank die Rendite ihrer Transaktionen ein nachrangiges Ziel ist.

[31]Eine erfolgreiche Informationsaggregation finden z.B. Camerer und Chernew (1987); Forsythe und Lundholm (1990). Demgegenüber wird z.B. bei O'Brien und Shrivastava (1991); Plott und Sunder (1988) die Information schlecht aggregiert. Copeland und Friedman (1987) erhalten gemischte Ergebnisse.

[32]Vgl. z.B. die Übersichten von Evans und Honkapohja (1999); Marimom (1997); Sargent (1993). Siehe speziell zur Volatilität von Devisenkursen Arifovic (1996); Arifovic und Gençay (2000). Weitere einflußreiche Studien sind Bullard (1994); Evans und Honkapohja (1994a,b, 1995); Grandmont (1998); Hommes und Sorger (1998). Die Frage, ob adaptives Lernverhalten überschüssige Volatilität der Kurse von Vermögensgegenständen (und insbesondere von Wechselkursen) im Grundsatz erklären kann, behandeln maßgeblich Arthur et al. (1997); Brock und Hommes (1998); Malliaris und Stein (1999); Timmerman (1993, 1996).

Ferner ist entscheidend, wie verschieden die private Information über die Teilnehmer verteilt ist.[33]

Erklärungsversuche zum eben angeführten Befund zur Informationseffizienz des Devisenmarkts konzentrieren sich zunächst auf die Frage, ob es Spekulanten gelingen kann, über längere Zeit hinweg einen entscheidenden Vermögensverlust an die Arbitrageure zu verhindern. Sollten die Devisenmarktteilnehmer tatsächlich heterogen sein, muß dabei aber die Dynamik des Handelsprozesses studiert werden. Hinsichtlich beider Problemstellungen behandelt die Literatur zum einen die Frage, wie unter der Bedingung eines informationsineffizienten Devisenmarkts die Änderung des Kurses von den Marktteilnehmern als Information interpretiert werden kann. Dies wird nachfolgend unter dem Stichwort Informationskaskaden erläutert. Zum anderen diskutiert die Literatur anhand der Gewinn- und Verlustchancen von Arbitrageuren und Spekulanten die Frage, ob sie den Wechselkurs so beeinflussen können, daß er über längere Zeit vom langfristig gleichgewichtigen Niveau abweicht. Das soll unter der Teilüberschrift Noise- und Liquiditätshandel erörtert werden.

Informationskaskaden

Im Modell des Abschnitts 2.3.2 gewichten die Marktteilnehmer die möglichen künftigen Fundamentalvariablenregime mit unterschiedlichen und zeitveränderlichen Wahrscheinlichkeiten. Der Wechselkurs besteht deshalb neben einer sich aus den aktuellen Fundamentalvariablen ergebenden Komponente aus einer variablen Risikoprämie[34], und die Devisenmarktteilnehmer könnten einem hypothetischen flexiblen Wechselkurs die Zentralbankpolitik nicht zweifelsfrei entnehmen. Einen vergleichbaren Sachverhalt beschreibt das im wesentlichen[35] auf Bannerjee (1992) sowie Bikhchandani et al. (1992) zurück-

[33]Vgl. Camerer und Weigelt (1991).

[34]Die Hypothese, daß der Devisenkurs eine Risikoprämie enthält, findet breite empirische Unterstützung. Vgl. insbesondere Cumby und Obstfeld (1981); Froot und Thaler (1990); Hakkio (1981); Hansen und Hodrick (1980); Konaki (1999). Dewachter (2001); Taylor (1992) geben in diesem Zusammenhang zu bedenken, daß befriedigende Erklärungen für die hier angesprochenen Anomalien des Marktteilnehmerverhaltens auf der Grundlage von Risikoprämien bislang fehlen.

[35]Ähnlich argumentieren French und Roll (1986).

gehende Modell der Informationskaskaden.[36] Die Autoren nehmen an, daß die Marktteilnehmer ihre Anlageentscheidung in einer festgelegten Reihenfolge[37] treffen. Jede Person erhält ein privates Signal über die bewertungsrelevanten Variablen, das mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit falsch ist.[38] Somit sind die Teilnehmer im Widerspruch zum No-Trade-Theorem heterogen informiert.[39] Trifft ein Akteur eine im Sinne der bewertungsrelevanten Variablen „korrekte" Entscheidung, erzielt er eine positive Rendite. Bei einer falschen Entscheidung ist die Rendite gleich null. Jeder Händler ist im bayessianischen Sinn rational und entscheidet in Kenntnis der vor ihm Handelnden und aufgrund seines privaten Signals.[40]

Unter den genannten Bedingungen richtet jeder Marktteilnehmer sein Gebot an seinen eigenen Informationen über die bewertungsrelevanten Variablen und an den Aktionen der vor ihm Handelnden aus, weil er nicht sicher sein kann, über die Fundamentalvariablen „korrekt" informiert zu sein. Dabei kommt es möglicherweise zur vollständigen Nichtbeachtung privater Information. Die gleichgewichtige Entscheidungssequenz des Modells kann im Ex-ante-Sinn ineffizient sein – bei hoher Marktteilnehmerzahl ist sie es mit Sicherheit. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Händler die korrekte Option wählt, ist zwar streng größer als null, jedoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß alle Teilnehmer die falsche Option wählen, um so höher, je kleiner die Wahrscheinlichkeit ist, daß ein Investor ein korrektes privates Signal erhält. Ferner werden sich die Gleichgewichtsmuster mehrerer Stichproben stark voneinan-

[36]Eine ebenfalls übliche Bezeichnung ist Herdenverhalten. Vgl. auch Rogers (1983); Scharfstein und Stein (1990); Shiller (1995); Shiller und Pound (1987, 1989); Welch (1992). Einen Literaturüberblick geben z.B. Bikhchandani et al. (1998); Devenow und Welch (1996). Ein vergleichbarer, früher datierter Ansatz findet sich bei Kyle (1985).

[37]Diese wichtige Annahme ist schwer zu rechtfertigen. Schon Bannerjee (1992) weist darauf hin, das Wissen eines Händlers darum, an welcher Stelle der Entscheidungskette er stünde, sei ein strategisches Element. Der Autor vermutet, die Modellösung wäre eine andere, wenn dies berücksichtigt würde.

[38]Beispielsweise Walsh (1999) untersucht die Folgen für das Anlageverhalten, wenn der Emissionszeitpunkt des privaten Signals unsicher ist.

[39]Cartapanis (1996) erörtert die Frage, ob Devisenmarktteilnehmer heterogene Erwartungen haben, eingehender.

[40]Damit wird unterstellt, daß ein privater Handel des Signals unterbleibt. Bannerjee nennt als Grund vertragliche Bindungen oder hohe Transaktionskosten. Dieses Argument trifft auf den Devisenmarkt vermutlich nicht zu. Vgl. in diesem Zusammenhang auch die Umfragen von Shiller und Pound (1987, 1989).

der unterscheiden, weil das Imitationsverhalten als positive Rückkopplung nur in eine Richtung wirkt.[41]

Eine selbsterfüllende Attacke gegen ein festes Wechselkursregime auf Informationskaskaden zurückzuführen[42] würde bedeuten, daß sehr viele Marktteilnehmer einen am Anfang des betrachteten Zeitraums stehenden zufälligen Verkauf von Inlandswährung seitens einiger weniger Marktteilnehmer nachahmten. Dadurch würde das Handelsvolumen der zum Festkurs verkauften Währung so groß, daß die Zentralbank ihr Wechselkursziel nach dem in Abschnitt 2.3.1 vorgestellten Kalkül aufgäbe.[43] Dieser Erklärungsversuch krankt an folgenden Mängeln des Kaskadenmodells. Erstens besteht die Möglichkeit, daß Marktteilnehmer ihre privaten Informationen vollständig ignorieren nur bei Annahme eines diskreten Aktionsraums.[44] Somit schließt eine solche Annahme eine vollständige Offenlegung privater Information im Sinne Famas und Friedmans aus. Diese Hypothese wird z.B. in den oben erwähnten Lernmodellen nicht geteilt. Zweitens eignet sich das Kaskadenmodell nicht für Fälle, in denen die Rendite des einzelnen Teilnehmers in nicht trivialer Weise von den Aktionen der anderen Teilnehmer abhängt, weil dann strategische Wechselbeziehungen zu berücksichtigen sind.[45] Drittens ist bezüglich des Devisenmarkts die Annahme privater Informationen für andere Teilnehmer als die Zentralbank fragwürdig.

---

[41] Herdenverhalten wird auch für andere Externalitäten als die hier angeführte Informationsexternalität untersucht. Welch (2000) nennt folgende Beispiele: Nutzen-Externalitäten (vgl. Becker (1991); Jones (1984)); Sanktionen bei abweichendem Verhalten (vgl. Akerlof (1980)); „Direct payoff externalities“ (vgl. Arthur (1989); Diamond und Dybvig (1983)); Principal-Agent-Payoff-Externalität (vgl. Brennan (1990); Froot et al. (1992); Hirshleifer et al. (1994); Scharfstein und Stein (1990); Trueman (1994); Zwiebel (1995)).

[42] Beispielsweise Calvo (1995); Calvo und Mendoza (1998b); Chari und Kehoe (2000) argumentieren, daß die in der Realität ständig zunehmenden Möglichkeiten zur Streuung der Risiken einer Vermögensanlage auf mehrere Länder das Herdenverhalten der Devisenmarktteilnehmer verstärkten.

[43] Bereits in Abschnitt 2.4 wurde auf Ansätze verwiesen, die spekulative Währungsattacken auf Informationskaskaden zurückführt. Vgl. auch Caplin und Leahy (1994); Chari und Kehoe (1999); Morris und Shin (1995). In diesem Zusammenhang sei erwähnt, daß im Vorfeld von Aktienmarktkrisen logarithmisch-periodische Oszillationen zu beobachten sind. Sie werden insbesondere von Johansen et al. (2000); Johansen und Sornette (1999) auf Imitationsverhalten zurückgeführt. Ilinski (1999) widerspricht dieser Hypothese.

[44] Vgl. Lee (1993).

[45] Vgl. auch Fußnote 37.

Noise- und Liquiditätshandel

Modelle mit Informationskaskaden zeigen, daß Spekulanten als Gruppe dauerhaft im Devisenmarkt präsent sein können, obwohl der einzelne Spekulant im Durchschnitt an die Arbitrageure Vermögen verliert.[46] Das erklärt aber nicht, was den jeweiligen Agenten ungeachtet der zuletzt genannten Tatsache zum Markteintritt motiviert, denn risikoaverse Spekulanten werden nur dann den Devisenhandel aufnehmen, wenn sie die Arbitrageure für das Verlustrisiko kompensieren.[47] Ferner ist vermutlich der Anlagehorizont der Arbitrageure[48] kürzer[49] als der (ebenfalls endliche; siehe oben) Horizont der Spekulanten, weil zum einen nicht vorhersagbare zufällige Schwankungen der Fundamentalvariablen das Risiko bergen, daß der Kurs am Ende des Anlagehorizonts der Arbitrageure nicht dem antizipierten, langfristig gleichgewichtigen Wert entspricht.[50] Dieser Zusammenhang wird als Fundamentalrisiko bezeichnet.[51] Zum anderen könnten die Spekulanten während des gesamten (endlichen) Anlagezeitraums der Arbitrageure im Sinne des langfristig gleichgewichtigen Wechselkurses falsche Erwartungen haben. Der daraus resultierende Devisenhandel verhindert dann, daß der Wechselkurs

[46] Bereits Figlewski (1979) weist darauf hin, daß der Verlustprozeß der Spekulanten längere Zeit andauert. Sie bestimmen während dieser Zeit das Marktgeschehen, scheiden aber letztlich doch vollständig aus. Im Kern stimmt die Aussage Figlewskis daher mit der von Fama und Friedman überein. Black (1986); Kyle (1985); Shiller (1984) zeigen anhand von Modellen überlappender Generationen, daß bei begrenztem Anlagehorizont zwar einzelne Spekulanten verlustbedingt aus dem Markt scheiden, sich durch den Zugang neuer Spekulanten aber ein Bodensatz bildet. Zahlreiche Studien beschäftigen sich mit den Bedingungen, unter denen ein Ausscheiden nicht-informierter Kapitalmarktteilnehmer unterbleibt. Vgl. z.B. Biais und Shadur (2000).

[47] Vgl. Shleifer und Summers (1990).

[48] Die Literatur (z.B. Kilian und Taylor (2001)) nennt im wesentlichen zwei Gründe, weshalb Arbitrageure einen begrenzten Marktzugang haben. Zum einen kann eine kreditfinanzierte Arbitragestrategie auf einem imperfekten Kapitalmarkt aus verschiedenen Gründen (z.B. Liquiditätsanforderungen aus der Bedienung des Zinsdienstes) zeitlich begrenzt sein. Zum anderen wird die Performance institutioneller Portfoliomanager üblicherweise in kurzen Abständen evaluiert, was tendenziell zur Bevorzugung kurzfristiger Anlagestrategien führt. Vgl. zum letztgenannten Aspekt auch Calvo und Mendoza (1998b, 2000).

[49] Vgl. Peters (1994).

[50] In Shleifer und Summers (1990) kann Arbitrage durch das Imitationsverhalten von Marktteilnehmern den Wechselkurs destabilisieren.

[51] Figlewski (1979) argumentiert, daß die Arbitrageure wegen des Fundamentalrisikos nur volumenmäßig begrenzte Positionen halten. Campbell und Kyle (1987); Shiller (1984) zeigen, daß die Aversion gegen das Fundamentalrisiko auch bei unendlichem Anlagehorizont die Arbitrage erheblich einschränkt.

am Ende des Anlagehorizonts der Arbitrageure den gleichgewichtigen Wert tatsächlich annimmt. Dieses sogenannte Noise-Händler-Risiko schränkt die Arbitragetätigkeit auf dem Devisenmarkt ein und verringert damit dessen Informationseffizienz ebenso wie das zuvor angeführte Fundamentalrisiko.

Aktuelle Modelle zu Noise-Händlern beruhen in der Regel auf Black (1986).[52] Sie haben annahmegemäß keine „korrekten" Informationen über die Fundamentalvariable und handeln anläßlich zufälliger Angebots- und Nachfrageänderungen (Noise), weil sie dahinter Aktionen informierter Marktteilnehmer vermuten.[53] Dadurch werden zufallsbedingte Kursschwankungen verstärkt.[54] Im engeren Sinn folgen die Noise-Händler also einem Spekulationsmotiv. Da sich jedoch andere Beweggründe, wie z.B. der noch vorzustellende Liquiditätshandel, nahezu identisch[55] abbilden lassen, bezeichnen Autoren oft jede rein stochastische Entkoppelung zwischen Devisenkurs und Fundamentalvariable als Noise-Handel (Noise-Handel im weiteren Sinn).[56]

Grundlage der Diskussion um Noise-Handel im engeren Sinne ist das hauptsächlich von DeLong et al. (1990a,b,c)[57] eingeführte Overlapping-Generations-Modell, in dem Arbitrageure, die annahmegemäß den „korrekten" Kurs kennen, und Noise-Händler (Spekulanten), die den „korrekten" Kurs

[52]Black beruft sich hinsichtlich der Definition der Noise-Händler auf Kyle (1985).

[53]Empirische Grundlage dieser Vermutung ist die starke Verbreitung trendbasierter Handelsstrategien (also der bereits erwähnten technischen Analyse). Vgl. z.B. Allen und Taylor (1990); Cutler et al. (1990); Frankel und Froot (1987, 1990); Frenkel (1994); Menkhoff (1998); Taylor und Allen (1992).

[54]In diesem Zusammenhang sei auf die Theorie des „rational belief equilbibrium" (RBE) verwiesen. Vgl. z.B. Kurz (1994a,b). In den meisten RBE-Modellen sind die Erwartungen der Agenten in dem Sinne falsch, daß sie von der tatsächlichen Wahrscheinlichkeitsverteilung des gleichgewichtigen Kurses eines Aktivums abweichen. Die Erwartungen der Agenten sind dennoch „rational". Daher machen sie im RBE Prognosefehler, deren Aggregieren zu endogener Unsicherheit über den künftigen Kurs des Aktivum führt. Im Unterschied zum dem monetären Zahlungsbilanzmodell zugrundeliegenden „rational expectations equilibrium", das nicht erklären kann, weshalb identisch informierte Marktteilnehmer untereinander Handel treiben (vgl. auch Kreps (1977); Milgrom und Stokey (1982)), passen die Agenten im RBE ihre Portfolios kontinuierlich der aktuellen Marktbewertung an. Mit anderen Worten, der im Sinne der RBE gleichgewichtige Kurs induziert heterogene Erwartungen über seinen künftigen Wert und führt damit zum Handel unter den Marktteilnehmern.

[55]Vgl. z.B. Dow und Gorton (1993); Osler (1998).

[56]Calvo (1999) betont beispielsweise die zentrale Rolle von durch Margin-Calls ausgelösten Transaktionen für die Rubel-Krise im August 1998.

[57]Kilian und Taylor (2001) verwenden einen ähnlichen Modellrahmen, um die oben angesprochene Random-Walk-Hypothese empirisch zu prüfen.

nicht kennen, zwischen einem risikofreien Vermögensgegenstand und einem risikobehafteten, aber erwartungsgemäß höher rentierlichem Aktivum wählen. Die Autoren zeigen, daß das Risiko einer Verhaltensänderung der Noise-Händler deren Möglichkeit vergrößert, eine höhere Rendite zu erzielen als die Investoren, die den „korrekten" Kurs kennen. Wenn Noise-Händler im Durchschnitt die Rendite überschätzen und das Risiko unterschätzen, investieren sie mehr in das riskante Aktivum als die Arbitrageure und erzielen daher eine höhere Rendite als diese. Die Noise-Händler erzielen die höhere Rendite also durch ihr eigenes, den Wechselkurs destabilisierendes Verhalten; sie erhalten die höhere Rendite nicht deshalb, weil sie das Fundamentalrisiko tragen.[58] Insgesamt kann es, wie Frankel und Froot (1990); Froot et al. (1992) zeigen, bei begrenztem Anlagehorizont auch für die Arbitrageure sinnvoll sein, wie Noise-Händler aufgrund von Informationen zu handeln, die keinen Bezug zur Fundamentalvariablen haben.

Auf vergleichbare Weise wie Noise-Händler können Liquiditätshändler den Wechselkurs beeinflussen. Im allgemeinen gehen Marktteilnehmer, die eine Netto-Position im Devisenmarkt aufbauen möchten, keine direkte Geschäftsbeziehung ein sondern bedienen sich eines Mittlers (Market-Maker, Liquiditätshändler).[59] Letzterer nimmt diese Rolle gegen einen sicheren Profit[60] wahr und strebt eine neutrale Position im Devisenmarkt an. Die Transaktionen des Liquiditätshändlers beruhen also auf Hedging- und nicht auf Arbitrage-Überlegungen.[61]

Zusammenfassend legt die Literatur zur Kapitalmarkteffizienz nahe, im folgenden die Annahme des monetären Wechselkursmodells fallen zu lassen, die Devisenmarktteilnehmer seien perfekt informiert und hätten einen unendlichen Anlagehorizont. Statt dessen sollte davon ausgegangen werden, daß die Devisenmarktteilnehmer sowohl eigenen, anhand der makroökonomi-

[58]Ein dritter, wenn auch für Devisenmärkte irrelevanter Aspekt ist, daß auf kleinen Märkten die Teilnehmer keine Preisnehmer sind. Noise-Händler können in diesem Fall mehr Gewinne zu Lasten der Fundamentalisten machen, als sie gegenüber diesen verlieren. Vgl. Palomino (1996).

[59]Das Verhalten des Marktgleichgewichts unter dem Einfluß von Market-Makern untersuchen insbesondere Allen und Gale (1994); Grossman und Miller (1988).

[60]Das ist im Regelfall die Geld-Brief-Spanne.

[61]Vgl. zur Frage des Marktein- und Marktaustritts von Liquiditätshändlern insbesondere Meese und Rose (1991). Eine empirische Untersuchung nehmen z.B. Faruqee und Redding (1999) vor.

schen Fundamentaldaten gebildeten Erwartungen über den künftigen Wechselkurs folgen, als auch das Handeln der übrigen Teilnehmer imitieren. Dieser Prozeß scheint wegen der Noise- beziehungsweise Liquiditätshändler zufälligen Änderungen zu unterliegen.

3.2 Dynamik des Devisenhandels

Die vorliegende Studie untersucht spekulative Attacken gegen ein festes Wechselkursregime in Kapitel 2 mit Hilfe des monetären Wechselkursmodells. Dabei zeigte sich, daß dieses in der allein makroökonomische Variablen betrachtenden Literatur übliche Verfahren nicht immer zu eindeutigen Gleichgewichtslösungen führt. Eine mögliche Ursache hierfür ist die vollständige Abstraktion vom Handelsverhalten der Devisenmarktteilnehmer. Abschnitt 3.1 erörterte Zusammenhänge, die möglicherweise gegen diese Vermutung sprechen. Aufgabe des vorliegenden Abschnitts 3.2 ist es, die bislang gewonnenen Erkenntnisse in der Gestalt einer Dichtefunktion zusammenzufassen, die das Kooperationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer abbildet. Sie soll in Kapitel 4 die Gaußfunktion im Modell des Abschnitts 2.3.2 ersetzen.

Zunächst würdigt Abschnitt 3.2.1 die für eine selbsterfüllende spekulative Attacke mutmaßlich relevanten Sachverhalte und erläutert anschließend übersichtsartig, wie sie mathematisch umgesetzt werden könnten. Abschnitt 3.2.2 präsentiert in einem deterministischen Rahmen bestimmte Eigenschaften des geplanten Vorgehens, die es erlauben, die Vielzahl der möglichen Beziehungen zwischen den Devisenmarktteilnehmern auf wenige charakteristische Größen zu reduzieren. Letztere bestimmen, ob es zu einem kollektiv einstimmigen Verhalten (d.h. einer spekulativen Attacke) der ansonsten als heterogen angenommenen Devisenmarktteilnehmer kommen kann. Abschnitt 3.2.3 berücksichtigt darauf aufbauend stochastische Einflüsse. Ergebnis aller angesprochenen Überlegungen ist eine dynamische Beziehung für die Wahrscheinlichkeitsdichte der Handelsentscheidungen von Devisenspekulanten.

3.2.1 Grundzüge

Die in Kapitel 2 mit Hilfe des monetären Zahlungsbilanzmodells vorgenommene Analyse spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime verläuft zufriedenstellend, sofern das Geldmarktgleichgewicht der wechselkursfixierenden Volkswirtschaft[62] anhand makroökonomischer Fundamentaldaten eindeutig bestimmt werden kann: Entweder ist die Währung dauerhaft fixierbar, oder ihre künftige Abwertung ist unausweichlich. Der letztgenannte Fall eröffnet privaten Devisenmarktteilnehmern risikolose Gewinnchancen, die in einer spekulativen Attacke wahrgenommen werden. Eine Attacke rentiert sich für die Devisenmarktteilnehmer in der erstgenannten Variante des Geldmarktgleichgewichts nicht, es sei denn, unter dem Eindruck der privaten Devisenmarkttransaktionen änderten sich ex post die Fundamentaldaten des Modells und eröffneten so die eben angesprochene, zuvor nicht bestehende Profitgelegenheit.

Kommt es unter den letztgenannten Voraussetzungen zu einer spekulativen Attacke, wird diese als selbsterfüllend bezeichnet, denn die Entscheidung der Zentralbank über die Fortführung des festen Wechselkursregimes hängt von den Erwartungen der Devisenspekulanten und den damit verbundenen Transaktionen ab und nicht im Sinne des Abschnitts 2.2 vom durch die Zentralbank bestimmten geldpolitischen Kurs. Wie bereits erörtert wurde, scheint ein vom monetären Zahlungsbilanzmodell nicht erfaßter Mechanismus die Handlungen der Spekulanten zu koordinieren. Dies trifft aber anscheinend nur für den in Abschnitt 2.3.2 näher beschriebenen Wertebereich der makroökonomischen Fundamentalvariablen zu, in dem das monetäre Wechselkursmodell mehrdeutige Gleichgewichtslösungen hat. Jenseits des Bereichs sind die Lösungen eindeutig und führen aus ökonomischer Sicht zu nachvollziehbaren Ergebnissen – trotz der angeführten Einwände gegen das monetäre Zahlungsbilanzmodell im allgemeinen und seiner Anwendung auf spekulative Attacken gegen ein festes Wechselkursregime im besonderen. Sollte also die Hypothese zutreffen, daß wegen heterogener Erwartungen und eines begrenzten Anlagehorizonts das mikroökonomische Angebots- und Nachfrageverhalten der Marktteilnehmer in einem makroökonomischen De-

[62]Die Märkte der ausländischen Volkswirtschaft sind annahmegemäß stets im Gleichgewicht.

visenmarktmodell grundsätzlich zu berücksichtigen ist, scheint dieser Sachverhalt außerhalb des genannten Wertebereichs bedeutungslos zu sein.

Im folgenden soll das Angebots- und Nachfrageverhalten der Devisenmarktteilnehmer im Sinne des Abschnitts 3.1 durch ein System voneinander abhängiger stochastischer Differentialgleichungen abgebildet werden. Die genaue Struktur des Systems wird in den Abschnitten 3.2.2 und 3.2.3 erörtert. An dieser Stelle mag es genügen, sich zu vergegenwärtigen, daß ein solches isoliertes Differentialgleichungssystem bei gegebenem Anfangswert einen eindeutigen Gleichgewichtszustand hat, der sich bei Isolation des Systems nach hinreichend langer Zeit einstellt. Seine Variablen stehen dann in einer festen Beziehung zueinander, die nachfolgend als Ordnung[63] bezeichnet wird.

Die Annahme, der Devisenmarkt sei ein isoliertes System, trifft vermutlich nicht zu, denn es gibt einen ständigen Zu- und Abfluß von Kapital, die Zahl der Teilnehmer variiert und die einzelnen Devisentransaktionen sind von den Akteuren permanent zu bewerten, da sie, wie Abschnitt 3.1 zeigt, für sich genommen vermutlich relevante Informationen sind. Ein solches offenes Differentialgleichungssystem kann durch Randbedingungen daran gehindert werden, das Gleichgewicht des im vorangegangenen Absatz beschriebenen, ansonsten identischen isolierten Systems zu erreichen. Ein offenes System strebt in der Nähe dieses Gleichgewichts entweder gegen einen eindeutigen, stabilen nicht-gleichgewichtigen Zustand oder es wird in weit vom Gleichgewicht des isolierten Systems entfernten Bereichen instabil und bifurkiert dort in stabile Gleichgewichtslösungen, die als dissipative Strukturen[64] bezeichnet werden. Die Eigenschaften des Differentialgleichungssystems, unter bestimmten Bedingungen dissipative Strukturen auszuprägen, ähnelt der Beobachtung aus Kapitel 2.3.2, daß selbsterfüllende spekulative Attacken nur unter bestimmten makroökonomischen Rahmendaten möglich zu sein scheinen. Besteht der in der vorliegenden Studie nur vermutete Zusammenhang zwischen einer selbsterfüllenden Attacke und dem Handelsverhalten der Devisenmarktteilnehmer tatsächlich, würde eine lokale Stabilitätsanalyse des Differentialgleichungssystems an dem Punkt, an dem es dissipative Struktu-

[63]Vgl. zum Ordnungsbegriff z.B. Jetschke (1989, S. 15).
[64]Vgl. zum Begriff der dissipativen Struktur Abschnitt 3.2.2.

ren bildet, näheren Aufschluß bringen. Sie ist der Mittelpunkt der folgenden beiden Abschnitte.

3.2.2 Imitation und Selbstorganisation

Der vorliegende Abschnitt erörtert die Grundzüge eines Modells, mit dem das Angebots- und Nachfrageverhalten der Devisenmarktteilnehmer im oben besprochenen Sinn (möglicherweise) erfaßt werden könnte. Dafür sollen zunächst der in Kapitel 2 vorgestellte, allein auf makroökonomischen Rahmendaten beruhende Kalkül der Agenten und deren in Abschnitt 3.1 angedeutetes Imitationsverhalten am Beispiel zweier gegenseitig abhängiger Differentialgleichungen miteinander in Beziehung gesetzt werden. Dieses Modell der Meinungsbildung von Marktteilnehmern beruht auf Weidlich (1971, 1972).[65] Es wird z.B. auch von Lux (1995, 1997) verwendet. Ferner folgt es Calvo und Mendoza (1998b) insofern, als daß die Devisenmarktteilnehmer ihre Anlageentscheidungen gleichzeitig und nicht wie in den von Abschnitt 3.1 angesprochenen Informationskaskadenmodellen sequentiell treffen.

Unter bestimmten Bedingungen lassen sich die dynamischen Eigenschaften dieses Differentialgleichungssystems durch die Differentialgleichung einer einzigen Variablen beschreiben, was grundsätzlich auch für eine verallgemeinerte Form des Beispiels möglich ist. Diese Variable wird deshalb als Ordnungsparameter bezeichnet. Dabei sind der Ordnungsparameter beziehungsweise dessen Differentialgleichung nicht abschließend durch das genannte Differentialgleichungssystem festgelegt. Dazu bedarf es konkreter externer Bedingungen des Gleichungssystems, die im vorliegenden Fall als Fundamentalfaktoren, welche die kritischen Werte des Modells aus Abschnitt 2.3.2 festlegen, zu interpretieren sind und als Kontrollparameter bezeichnet werden. Das Differentialgleichungssystem ändert seine Dynamik also potentiell mit dem Kontrollparameter. Durch diese Eigenschaft ist es möglich, sogenannte selbstorganisierende Prozesse zu beschreiben. Selbstorganisierend meint, daß das Devisenmarktteilnehmerverhalten eine bestimmte Ordnung annimmt, ohne daß dies auf direktem Wege durch externe Einflüsse provoziert worden wäre. Somit besteht anders als im monetären Wechselkursmodell des Kapitels 2 keine direkte Verbindung zwischen bestimmten externen

[65] Wiedergegeben in Weidlich und Haag (1983).

Rahmenbedingungen und dem dynamischen Verhalten des Differentialgleichungssystems. Vielmehr ergibt sich letzteres anhand der in den Bewegungsgleichungen des Systems festgehaltenen Gesetzmäßigkeiten endogen. Auf diese Weise könnte möglicherweise erklärt werden, wie es zum Auftreten spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime kommen kann, obwohl sich die makroökonomischen Rahmendaten nicht geändert haben.[66]

Wie bereits zuvor mehrfach erörtert, unterstellt die vorliegende Studie, daß jeder Devisenmarktteilnehmer in gewissem Maß das Verhalten anderer Agenten imitiert. Wird ferner angenommen, daß auf dem Devisenmarkt konstant $\mathfrak{M}$ Teilnehmer handeln, von denen $\mathfrak{m}$ künftig eine Abwertung erwarten, so könnte jedes der $\mathfrak{M}$-Subjekte seine Entscheidung für oder gegen den Verkauf der fixierten Inlandswährung am Verhältnis

$$q_1 = \frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{M}} \qquad \text{mit } 0 \leq q_1 \leq 1 \tag{3.1}$$

festmachen.[67] Der sich daraus ergebende Angebots- und Nachfragevorgang wird den in Kapitel 2 behandelten Schattenwechselkurs beeinflussen. Formal ist also eine Beziehung[68] F zwischen dem Verhältnis q_1 und der ersten Ableitung des Schattenwechselkurses nach der Zeit $\dot{q}_2$ zu vermuten (Beziehung(3.3)).[69]

[66] In Verbindung mit Kapitel 2 als selbsterfüllende Attacke interpretiert.

[67] Beispielsweise könnten die Agenten q_1 ungefähr mit Hilfe des Orderflusses, also der Differenz zwischen Kaufs- und Verkaufsorders, ermitteln. Viele Autoren verwenden diese Maß als Näherung für den markträumenden Wechselkurs. Vgl. Cheung und Wong (2000); Evans (2002); Evans und Lyons (2002); Ito et al. (1998); Lyons (1995); Naranjo und Nimalendran (2000). Es ließe sich aber auch in empirischen Studien als Näherungswert für die Erwartungen der Marktteilnehmer verwenden. Vgl. Martinez Peria (1999a). Im Fall spekulativer Attacken ist der Orderfluß vermutlich eine sehr einflußreiche Größe. Vgl. z.B. Evans und Lyons (2002). Ferner ließe sich q_1 im Zusammenhang mit Hurwicz (1997); Mount und Reiter (1974) als Marktsignal („competitive message") interpretieren.

[68] Nähere Angaben zur Gestalt der Funktion F sind im vorliegenden Zusammenhang unnötig. Die Gründe hierfür ergeben sich im folgenden.

[69] Vgl. das ähnliche Vorgehen von Malliaris und Stein (1999, S. 1619). Die Theorie zur mikroökonomischen Struktur von Devisenmärkten betont zwei Übertragungskanäle des Orderflusses (vgl. Fußnote 67 sowie Lyons (1995)) auf die Kursnotiz. Der Bestandskontrollkanal erfaßt, daß Market-Maker ihre Geld- und Briefnotierung zur Regulierung ihres durch Publikumsorder in der Zusammensetzung schwankenden Portfolios einsetzen. Vgl. z.B. Amihud und Mendelson (1980); Ho und Stoll (1983); O'Hara und Oldfield (1986). Zweitens entsteht ein Informationskanal, wenn die Bestandskontrolle aufgrund von Or-

Das in Abschnitt 3.1 beschriebene Imitationsverhalten legt nahe, daß die Marktteilnehmer eine etwaige Erhöhung von q_1 als Indiz einer bevorstehenden (selbsterfüllenden) spekulativen Attacke ansehen und entsprechende Transaktionen vornehmen werden. Beziehung (3.2) erfaßt diesen Sachverhalt formal. Der Einfachheit halber soll sich q_1 der Variablen q_2 mit der Rate 1 anpassen. In Abschnitt 3.1 wurde ebenfalls festgehalten, daß die Devisenmarktagenten nur zum Teil die Transaktionen anderer imitieren und überwiegend ihr Investitionsverhalten im Sinne des Kapitels 2 an den Fundamentaldaten ausrichten. Es ist zu vermuten, daß dadurch das Imitationsverhalten gebremst wird, da die Fundamentaldaten im Fall einer selbsterfüllenden Attacke definitionsgemäß konstant sind. Die vorliegende Studie möchte diesen Sachverhalt formal erfassen, indem mit dem Term $-aq_2$ in (3.3) ein gedämpftes Verhalten des Schattenwechselkurses unterstellt wird, welches das Imitationsverhalten deutlich dominieren soll ($a \gg 1$). Zusammengefaßt könnte also beispielsweise folgendes Differentialgleichungssystem das Handelsgeschehen am Devisenmarkt unter der Prämisse heterogener Agenten mit begrenztem Anlagehorizont beschreiben:

$$\dot{q}_1 = q_2; \tag{3.2}$$

$$\dot{q}_2 = -\mathfrak{a} q_2 + F(q_1) \quad \text{mit } \mathfrak{a} \gg 1. \tag{3.3}$$

Wegen der Annahme $\mathfrak{a} \gg 1$ nähert sich q_2 nach einer (externen) Störung schneller dem durch (3.3) gegebenen Gleichgewichtswert als sich q_1 dem durch (3.2) gegebenen Gleichgewichtswert nähert. Eine formale Integration von (3.3) (Gleichung (3.4) beziehungsweise deren Näherung (3.5))[70] zeigt, daß ihre Dynamik in zwei Phasen zu gliedern ist: Den Zeitraum, in dem q_2 nach einer Störung gegen sein Gleichgewicht strebt (Einschwingphase, $t \lesssim 1/\mathfrak{a}$) und den Zeitraum, in dem q_2 das neue Gleichgewicht nahezu erreicht hat (quasi-stationäre Phase, $t \gg 1/\mathfrak{a}$). Im letztgenannten Fall redu-

ders erfolgt, die möglicherweise private Informationen enthalten. Vgl. z.B. Admanti und Pfleiderer (1998); Glosten und Milgrom (1985); Kyle (1985).

[70]Der Anfangswert ist mit $q_2(0)$ bezeichnet. Gleichung (3.5) ergibt sich, weil in (3.4) der Integrand wegen $\mathfrak{a} \gg 1$ nur für τ nahe t wesentlich zum Integral beiträgt. Ferner wäre in diesem Zusammenhang eigentlich als Selbstkonsistenzbedingung sicherzustellen, daß $F(q_1(s))$ nicht zu schnell fällt, d.h. für $t \to 0$ um weniger als $e^{|\mathfrak{a}\tau|}$ divergiert. Im hier besprochenen Beispiel kann dieser Schritt entfallen.

ziert sich (3.5) zu (3.6).[71] Diese Beziehung wird quasi-statische Näherung[72] („adiabatic approximation") genannt.

$$q_2(t) = q_2(0)e^{-\mathfrak{a}t} + \int_0^t e^{-\mathfrak{a}(t-\tau)} F(q_1(\tau))\,\mathrm{d}\tau \tag{3.4}$$

$$q_2(t) = q_2(0)e^{-\mathfrak{a}t} + \frac{1}{\mathfrak{a}} F(q_1(t))(1 - e^{-\mathfrak{a}t}) \tag{3.5}$$

$$q_2(t) = \frac{1}{\mathfrak{a}} F(q_1(t)) \tag{3.6}$$

Einsetzen von (3.6) in (3.2) führt zu folgendem Ausdruck:

$$\dot{q_1} = \frac{F(q_1(t))}{\mathfrak{a}}. \tag{3.7}$$

Die Dynamik des zwei Variablen q_1 und q_2 beschreibenden Differentialgleichungssystems (3.2, 3.3) kann also unter Hinnahme von Ungenauigkeiten in der Einschwingphase von (3.3) mit nur einer Bewegungsgleichung (3.7) analysiert werden. Im vorliegenden Beispiel bestimmt also die relativ zu q_2 langsame Variable q_1 in der quasi-stationären Phase[73] von (3.3) die Ordnung des Systems (3.2, 3.3) und heißt deshalb Ordnungsparameter. Es wird auch gesagt, die langsame Variable q_1 „versklave" die schnelle Variable q_2. Der Sachverhalt selbst ist das sogenannte Versklavungsprinzip.[74] Abbildung 3.1 zeigt den Trajektorienverlauf von (3.7) für das Beispiel $F(q_1) = bq_1 - q_1^3$, $b > 0$. Wie sich in den folgenden Erörterungen ergibt, ist dieses Verfah-

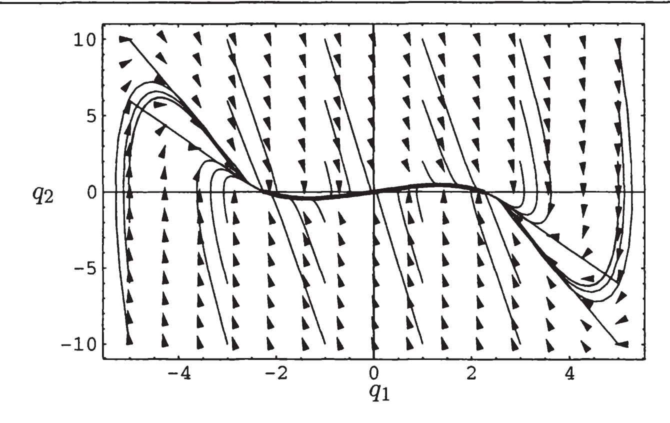
[71]Gleichung (3.6) ergibt sich formal aus: $\dot{q_2} = -\mathfrak{a}q_2 + F(q_1) = 0$.

[72]Medio (1984) untersucht mittels der quasi-statischen Näherung ein dynamisches Input-Output-Modell. Silverberg (1984) wendet das Verfahren im Rahmen seiner Untersuchungen zum technischen Fortschritt an.

[73]In der Einschwingphase des Systems gilt hingegen $|\dot{q_2}| \gg |\dot{q_1}|$, was außerhalb eines schmalen Streifens von $q_2 = F(q_1)/\mathfrak{a}$ erfüllt ist. Die langsame Variable q_1 verharrt dort näherungsweise in ihrem Anfangswert $q_1(0)$. Die quasi-statische Näherung ist hier nicht anwendbar.

[74]Das Versklavungsprinzip geht hauptsächlich auf Haken (1983) zurück und ist zentraler Bestandteil einer als Synergetik bezeichneten Forschungsrichtung, die sich auf verschiedenen, vor allem naturwissenschaftlichen Gebieten mit dem Zusammenwirken einzelner Teile eines Systems, wie es mit (3.2, 3.3) als Beispiel beschrieben wurde, befaßt und sich dabei hauptsächlich für die Ausprägung makroskopischer Strukturen (z.B. räumlich, zeitlich oder funktional) interessiert. Über mit dieser Methode untersuchte wirtschaftswissenschaftliche Fragestellungen berichten z.B. Aoki (1998); Schoonbeek (1995).

Abbildung 3.1 Dynamik von (3.2, 3.3)



Abgebildet sind Trajektorien des Systems $\dot{q}_1 = q_2$ und $\dot{q}_2 = -10q_2 + 5q_1 - q_1^3$. Die Pfeile geben die Anpassungsrichtung des Systems im jeweiligen Punkt an. Die Funktion (3.6) ist fett hervorgehoben.

ren der Eliminierung von schnell gegen ihren Gleichgewichtswert strebenden Variablen unter gewissen Bedingungen auf ein System beliebig vieler Differentialgleichungen übertragbar.

Es ist denkbar, daß der Devisenmarkt nur durch mehr als die hier angeführten zwei Differentialgleichungen exakt zu beschreiben ist. Beispielsweise könnten neben dem mit (3.2, 3.3) ausgedrückten Sachverhalt auch strategisches Verhalten der Zentralbank[75] oder institutionelle Aspekte[76] wie die Beschränkung der Möglichkeit einzelner Marktteilnehmer zur Kreditaufnahme berücksichtigt werden. Diesem Sachverhalt trägt die vorliegende Studie im folgenden dadurch Rechnung, daß sie anstelle eines Systems konkreter Bewegungsgleichungen (3.2, 3.3) ein allgemeines System (3.8) aus beliebig vielen Gleichungen betrachtet. Es ist möglich, daß auch in einem solchen Fall eine einzige Variable (oder zumindest sehr wenige Variablen) beziehungs-

[75]Vgl. z.B. Bhattacharya und Weller (1993).

[76]Vgl. z.B. Loistl (1994), der einen dem in der vorliegenden Arbeit vergleichbaren Ansatz zur Simulation von Aktienkursen vorstellt.

weise ein einziger (oder sehr wenige) Ordnungsparameter die Ordnung des Systems festlegen.

Die vorliegende Studie interessiert sich aber nicht für eine Verringerung der Zahl der zu analysierenden voneinander abhängigen Beziehungen als solche, sondern schwerpunktmäßig für spontane Änderungen der Dynamik des Gleichungssystems, die – vorausgesetzt die bislang getroffenen Annahmen treffen zu – als Wechsel zwischen multiplen Gleichgewichten des monetären Zahlungsbilanzmodells interpretierbar sind. Wie sich im folgenden ergeben wird, können solche Änderungen der Dynamik nur unter bestimmten externen Bedingungen des Gleichungssystems auftreten, die – ebenfalls nur bei Gültigkeit der bislang gemachten Annahmen – den in Abschnitt 2.3.2 erörterten kritischen Werten der Fundamentalvariablen entsprechen. Sollten sie – wie es der obigen Definition einer selbsterfüllenden spekulativen Attacke entspricht – für einen gewissen Zeitraum konstant sein, können sie in den Differentialgleichungen als unveränderlicher Parameter berücksichtigt werden. Letzteren bezeichnet die Literatur als Kontrollparameter. Im Beispiel (3.3) ist er ein (nicht ausdrücklich genannter) Bestandteil der Funktion $F(q_1)$, welche das Zusammenspiel der Variablen q_1 und q_2 regelt. Die nachstehenden Überlegungen zeigen anhand der bereits angesprochenen verallgemeinerten Form (3.8) des Beispiels (3.2, 3.3), unter welchen Umständen ein kritischer Wert des Kontrollparameters existiert, an dem – wie oben behauptet – ein vormals stabiles Differentialgleichungssystem instabil wird (beziehungsweise ein instabiles System stabil wird).

Analog zum Beispiel (3.2, 3.3) können die Bewegungsgleichungen des Devisenmarktzustands $\mathbf{q} = q_1 \dots q_n$ in allgemeiner Form wie folgt geschrieben werden:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{N}(\mathbf{q}(t), \alpha). \tag{3.8}$$

Darin ist $\mathbf{N}$ eine (vermutlich nicht lineare)[77] Funktion des Variablenvektors $\mathbf{q}$ und des Kontrollparameters α. Annahmegemäß hat das System (3.8) für einen gegebenen Wert des Kontrollparameters α_0 eine stabile und zeitinvariante Lösung $q_0(\alpha_0)$. Es ist für die Analyse der Devisenmarktdynamik wichtig, zu wissen, ob diese Lösung auch dann noch (lokal) stabil ist, wenn der Kontrollparameter einen von α_0 geringfügig verschiedenen Wert hat. Zur Beurteilung dieses Sachverhalts wird unterstellt, die Lösung von (3.8) habe folgende lineare Gestalt:[78]

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \mathfrak{w}(t). \tag{3.9}$$

Einsetzen von (3.9) in (3.8) führt zur Differentialgleichung:

$$\dot{\mathfrak{w}}(t) = \mathbf{N}(\mathbf{q}_0(\alpha) + \mathfrak{w}(t), \alpha). \tag{3.10}$$

Wird die rechte Seite dieser Beziehung in eine Exponentialserie der Komponenten $\mathfrak{w}_l$ von $\mathfrak{w}$ erweitert, so gilt (unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung):

$$\dot{\mathfrak{w}}(t) = \sum_l \frac{\partial \mathbf{N}(\mathbf{q}_0(\alpha))}{\partial q_l} \mathfrak{w}_l(t) = L(\alpha)\mathfrak{w}(t). \tag{3.11}$$

Darin hängt die Linearisierungskomponente L vom Ordnungsparameter α, nicht aber von der Zeit t ab und ist somit eine Konstante. Lösungen von (3.11) folgen der Beziehung:

$$\mathfrak{w}^{(j)}(t) = e^{\lambda_j t}\mathbf{v}^{(j)}. \tag{3.12}$$

[77]In diesem Zusammenhang sei erwähnt, daß jüngere empirische Studien einen nichtlinearen Zusammenhang zwischen dem nominalen Wechselkurs und den makroökonomischen Fundamentalvariablen vermuten. Vgl. Kilian und Taylor (2001); Taylor und Peel (2000); Taylor et al. (2001). De Grauwe et al. (1993) zeigen, daß bereits in einem relativ einfachen Modell des Zusammenwirkens von nicht-informierten und informierten Akteuren eine komplexe (chaotische) Wechselkursdynamik entstehen kann.

[78]Vgl. zu $\mathfrak{w}(t)$ auch Anhang A.1.

Sie erlaubt, (3.11) in die folgende lineare Gleichung des zeitunabhängigen Eigenvektors $\mathbf{v}$ und der Eigenwerte λ zu überführen:

$$\mathbf{Lv} = \lambda \mathbf{v}. \tag{3.13}$$

Um die Stabilitätsanalyse möglichst einfach zu halten, wird unterstellt, daß die Matrix L die endliche Dimension n hat. Dann gibt es maximal n verschiedene Eigenwerte λ_j, die im allgemeinen vom Kontrollparameter α abhängen. Die Lösung von (3.8) ist instabil, wenn der Realteil von mindestens einem der n Eigenwerte nicht negativ ist. Mit der Hypothese $\mathfrak{w}(t) = \sum \xi_j(t) v_j$ lautet (3.9):

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_0 + \sum \xi_j(t) \mathbf{v}_j. \tag{3.14}$$

Darin sind $\mathbf{v}_j$ die Eigenwerte aus (3.13), und die unbestimmten Koeffizienten[79] ξ_j folgen den Differentialgleichungen:

$$\dot{\xi}_j = \lambda_j \xi_j(t) + \sum_{j'j''} \langle \bar{v}_j N^{(2)}_{j'j''} \rangle \xi_{j'} \xi_{j''} + \ldots \tag{3.15}$$

Zur Illustration, welche Aussagen diese Beziehung über die Stabilität des Gleichungssystems (3.8) erlaubt, sei der folgende Spezialfall betrachtet:

$$\dot{\xi}_1 = \lambda_1 \xi_1 + \hat{N}_1(\xi_1, \xi_2); \tag{3.16}$$
$$\dot{\xi}_2 = \lambda_2 \xi_2 + \hat{N}_2(\xi_1, \xi_2) \tag{3.17}$$

Darin sind $\hat{N}_1$ und $\hat{N}_2$ nicht-lineare Funktionen, die mit Termen beginnen sollen, die mindestens quadratisch in ξ_1 und ξ_2 sind.[80] Ferner sei bei einem gegebenen Kontrollparameterwert $\alpha_0 = 0$ der Realteil des Eigenwerts λ_2 streng negativ, und der Realteil des Eigenwerts λ_1 möge vom Negativen ins Positive wechseln[81] können. Aus (3.12) geht hervor, daß Variable q_2 wegen $\mathrm{Re}(\lambda_2) < 0$ einen partiell stabilisierenden Einfluß auf das Gleichungssystem (3.16, 3.17) hat. Umgekehrt wirkt q_1 auf das System destabilisierend, wenn

[79] Sie werden näher in Anhang A.1 betrachtet, weil die genaue Form der Lösung von (3.15) für die nachstehenden Betrachtungen unerheblich ist.

[80] Vgl. auch Anhang A.1.

[81] Den Hintergrund eines etwaigen Vorzeichenwechsels beleuchtet Abschnitt 3.2.3 näher.

$\mathrm{Re}(\lambda_1) > 0$ sein sollte. Es ist deshalb ratsam, die Eigenwerte der im eben genannten Sinn[82] partiell stabilen Variablen mit $\lambda = \lambda_s < 0$ und die der instabilen mit $\lambda = \lambda_u > 0$ zu bezeichnen. Analog werden die zugehörigen Eigenwerte mit u und s indiziert, so daß (3.14, 3.16, 3.17) wie folgt lauten:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \sum_u \xi_u(t)\mathbf{v}^{(u)} + \sum_s \xi_s(t)\mathbf{v}^{(s)}; \tag{3.18}$$

$$\dot{\xi}_u = \lambda_u \xi_u + \hat{N}_u(\xi_u, \xi_s); \tag{3.19}$$

$$\dot{\xi}_s = \lambda_s \xi_s + \hat{N}_s(\xi_u, \xi_s). \tag{3.20}$$

Die Annahme, daß der Realteil des Eigenwerts von u beim Wert α_0 des Kontrollparameters möglicherweise das Vorzeichen wechselt, impliziert $|\lambda_u| \ll |\lambda_s|$. Damit gilt das Versklavungsprinzip, und ξ_s kann als Funktion f von ξ_u geschrieben werden. Mithin versklavt die instabile Variable die stabile Variable, und es ist folgende Verhaltensgleichung für den Ordnungsparameter ξ_u zu lösen:

$$\dot{\xi}_u = \lambda_u \xi_u + \hat{N}_u(\lambda_u, f(\xi_u)). \tag{3.21}$$

Beispielsweise könnte gelten:[83]

$$\dot{\xi}_u = \lambda_u \xi_u - \beta \xi_u^3 \qquad \text{mit } \beta > 0. \tag{3.22}$$

Wenn λ_u reell ist, folgt daraus, daß (3.8) im Fall $\lambda_u < 0$ ein einziges stabiles Gleichgewicht hat und im Fall $\lambda_u > 0$ in zwei stabile Gleichgewichte bifurkiert (Abbildung 3.2).[84]

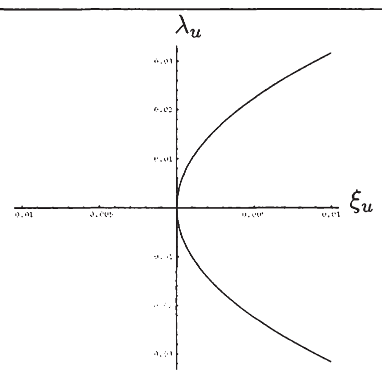
---

[82]Vgl. z.B. Haken (1993, Kap. 8.2). Es ist wichtig, zu beachten, daß sich die Identifizierung „stabil" und „instabil" auf die lineare, partielle Stabilitätsanalyse im Sinne von (3.12) bezieht. Wie unten deutlich werden wird, kann eine in der partiellen Analyse instabile Variable wegen des nicht-linearen Charakters der betrachteten Beziehungen in der Gesamtbetrachtung stabil sein, so daß es im folgenden gilt, die so entstandenen stabilen Regionen von u zu analysieren.

[83]Der Term $-\beta\xi_u^3$ wurde analog zum Beispiel der Abbildung 3.1 gewählt. In der Praxis ermittelt man die Funktion $\hat{N}_u(\lambda_u, f(\xi_u))$ häufig näherungsweise durch ein Polynom in einer kleinen Umgebung um $\xi_u = 0$. Sind die betrachteten Werte der ξ_u hinreichend klein, genügt es, nur die führenden Terme des Polynoms zu berücksichtigen.

[84]Es handelt sich um eine Heugabelbifurkation. Wird zusätzlich zum Realteil auch der Imaginärteil der Eigenwerte berücksichtigt, ergeben sich weitere Fälle von Bifurkation, wie

Abbildung 3.2 Bifurkation



Diesen Sachverhalt erfaßt auch die sogenannte Potentialfunktion[85] V. Sie erfüllt im allgemeinen die Beziehung:

$$\dot{\xi} = -\frac{\partial V}{\partial \xi}. \tag{3.23}$$

Für das Beispiel (3.22) gilt also:

$$V = -\frac{\lambda}{2}\xi^2 + \frac{\beta}{4}\xi^4. \tag{3.24}$$

Im Fall $\lambda < 0$ hat (3.24) ein einziges Minimum im Punkt $\xi = 0$. Es entspricht der einzigen (und stabilen) Lösung von (3.22) unter derselben Bedingung. Gilt hingegen $\lambda > 0$, ist die Lösung von (3.22) im Punkt $\xi = 0$ instabil, und die Potentialfunktion (3.24) hat dort ein lokales Maximum. Im Gegensatz

z.B. die Hopf-Bifurkation. Dies soll in der vorliegenden Arbeit nicht vertieft werden. Vgl. z.B. Haken (1993, Kap. 1.14).

[85]Potentialfunktionen, auch harmonische Funktionen genannt, erlauben es, stationäre Punkte nicht-linearer Extremwertprobleme zu bestimmen. Sie sind Lösungen der Laplaceschen Differentialgleichung (auch Potentialgleichung genannt): $\Delta f = \sum_{v=1}^{n} \partial^2 f / \partial g_v^2 = 0$ (für beliebige f und g). Auf die Grundlagen kann die vorliegende Studie nicht näher eingehen. Vgl. z.B. Courant und Hilbert (1968, Viertes Kapitel). Vgl. zur Potentialfunktion im hier vorliegenden Zusammenhang auch Aoki (1998, S. 55 ff.).

dazu liegen die stabilen Lösungen von (3.22) in den (absoluten) Minima[86] $\xi = \pm\sqrt{\lambda/\beta}$ von (3.24). Damit kann (3.22) wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= -\beta\xi(\xi - \sqrt{\lambda/\beta})(\xi + \sqrt{\lambda/\beta}) \\ &= -\beta(\xi - \xi_{u,0})(\xi - \xi_{u,1})(\xi - \xi_{u,2}).\end{aligned} \tag{3.25}$$

Darin ist $\xi_{u,k} = \xi_{u,k}(\alpha)$, d.h. die Wurzeln $\xi_{u,0} = 0$, $\xi_{u,1} = \sqrt{\lambda/\beta}$ sowie $\xi_{u,2} = -\sqrt{\lambda/\beta}$ hängen vom Kontrollparameter α ab oder sind mit ihm identisch.

Ändert also der zuvor negative Eigenwert λ_u das Vorzeichen, beschreiben (3.22) beziehungsweise (3.21) nicht nur die neue Gleichgewichtssituation des Systems (3.8), sondern auch den Anpassungsprozeß auf diesen neuen Zustand hin. Um das zu illustrieren, sei angenommen, das Gleichungssystem (3.8) enthalte einen Vektor beliebiger stetiger Variablen $\mathbf{x}$. Dann enthält der Linearisierungsoperator L in (3.11) Ableitungen von $\mathbf{q}$ nach den Koordinaten in $\mathbf{x}$. Daher sind $\mathfrak{w}$ und damit auch $\mathbf{v}$ Funktionen von $\mathbf{x}$, so daß die Lösung von (3.8) wie folgt zu schreiben ist:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \sum_u \xi_u(t)\mathbf{v}^{(u)}(\mathbf{x}) + \sum_s \xi_s(t)\mathbf{v}^{(s)}(\mathbf{x}). \tag{3.26}$$

Möge zur Illustration nur ein Ordnungsparameter existieren und

$$\mathbf{v}_u = L^{-1/2} \sin kx \tag{3.27}$$

sein, dann lautet die Lösung von (3.8):

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \xi_u(t)L^{-1/2} \sin kx. \tag{3.28}$$

Um die Bedeutung dieses Sachverhalts für die Problemstellung der vorliegenden Studie zu erläutern, sei als Beispiel angenommen, es gelte, ein Maß q für das Angebots- und Nachfrageverhalten von Devisenmarktteilnehmern zu bestimmen, das von einer Variablen x abhängt. Letztgenannte Größe könnte z.B. der Entscheidungsmaßstab der Zentralbank hinsichtlich einer Fixierung ihrer Währung sein. Die Beziehung zwischen x und q beruht gemäß (3.28) entscheidend auf dem Wert des Ordnungsparameters ξ_u. Letzterer ist wieder-

[86]Diese Lösungen sind im Fall $\lambda < 0$ imaginär und werden hier ausgeschlossen.

um die Lösung der Differentialgleichung (3.21) beziehungsweise (3.22) und daher eine zeitabhängige Größe. Die Abbildungen 3.3(2) bis 3.3(6) zeigen, wie sich entlang der in Abbildung 3.3(1) gezeigten Trajektorie des Ordnungsparameters ξ_u der Einfluß von x auf q ändert. Dabei ist entscheidend, daß die Differentialgleichung (3.21) beziehungsweise (3.22) des Ordnungsparameters nur für einen bestimmten Wert α_0 des Kontrollparameters gilt. Für davon abweichende Kontrollparameterwerte ergeben sich womöglich andere Differentialgleichungen und/oder andere Ordnungsparamter.[87] Also bestimmt der Kontrollparameter das dynamische Verhalten des Differentialgleichungssystems (3.8) nur indirekt. Die Dynamik des Systems ergibt sich vielmehr aus dem – für verschiedene Kontrollparameterwerte unterschiedlichem – Zusammenspiel der Bewegungsgleichungen des Systems. In diesem Sinne ist das System (3.8) selbstorganisierend.

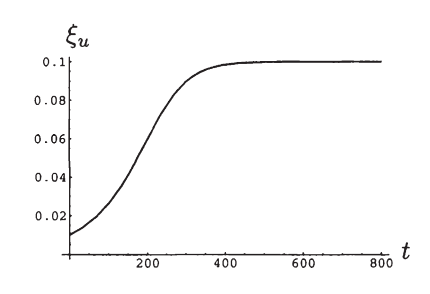
Die vorliegende Studie vermutet, daß Wechsel zwischen den multiplen Gleichgewichten des monetären Modells aus Abschnitt 2.3.2 erklärt werden können, wenn das Devisenmarktteilnehmerverhalten wie eben skizziert unter den Annahmen heterogener Erwartungen und eines begrenzten Anlagehorizonts als selbstorganisierender Prozeß begriffen wird. Die Fundamentaldaten des monetären Modells wären dann als Kontrollparameter zu interpretieren. Letzterer ist aber im Fall einer selbsterfüllenden spekulativen Attacke definitionsgemäß konstant. Es bedarf also einer weiteren Komponente, welche die Selbstorganisation des Devisenmarktteilnehmerverhaltens initiiert. Der folgende Abschnitt erörtert, wie auf Noise-Händler zurückgehende zufällige Schwankungen in Angebot und Nachfrage der Agenten in dem eben genannten Sinn wirken könnten.

3.2.3 Stochastische dynamische Systeme

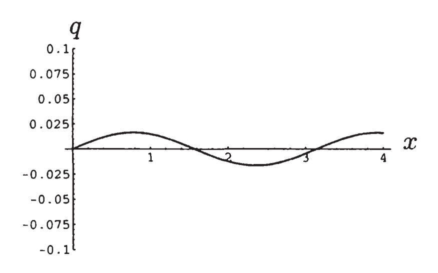
Der vorstehende Abschnitt bespricht ein Differentialgleichungssystem, das geeignet scheint, das Verhalten heterogener Devisenmarktteilnehmer mit begrenztem Anlagehorizont während einer selbsterfüllenden spekulativen Attacke gegen ein festes Wechselkurssystem zu beschreiben. Dabei wurde aber

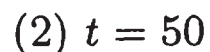
[87]Es ist sogar möglich, daß der Ordnungsparameter diese Eigenschaft an eine andere Variable weitergibt, d.h. ein Ordnungsparameter wird vom versklavenden zum versklavten Parameter. Vgl. hierzu genauer Diener und Poston (1984).

Abbildung 3.3 Selbstorganisation

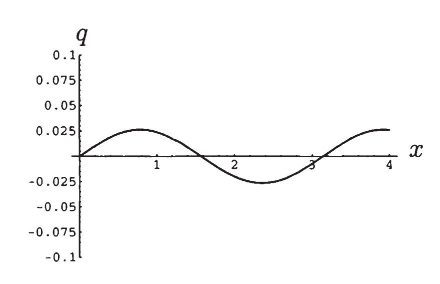


(1) Trajektorie

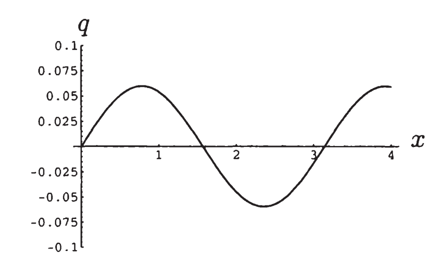


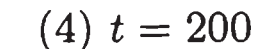


(2) $t = 50$

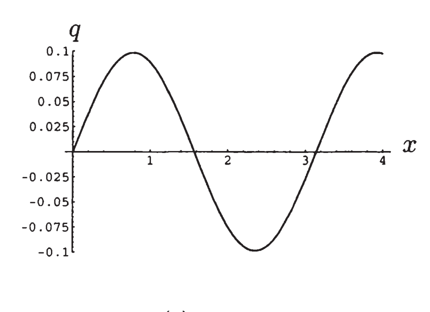


(3) $t = 100$

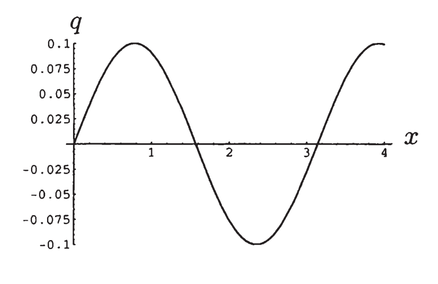




(4) $t = 200$



(5) $t = 400$



(6) $t = 600$

Abbildung 3.3(1) zeigt die Lösung der Funktion $\dot{\xi}_u = 0.01\xi_u - \xi_u^3$ für den Anfangswert $\xi_u(0) = 0.01$. Die Abbildungen 3.3(2) bis 3.3(6) zeigen die Funktion $q = q_0 + \xi_u(t)1^{1/2} \sin 2x$. Es wird $q_0 = 0$ unterstellt.

von den in Abschnitt 3.1 vorgestellten Verhaltensweisen nur das Imitationsverhalten und die Orientierung an den Fundamentalvariablen berücksichtigt. Der vorliegende Abschnitt erweitert diese Überlegungen um den ebenfalls in Abschnitt 3.1 genannten Einfluß von Noise-Händlern. Dazu wird das Differentialgleichungssystem (3.8) um das weiße Rauschen $\mathbf{\Gamma}$ erweitert:[88]

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{N}(\mathbf{q}, \alpha) + \mathbf{\Gamma}(t). \tag{3.29}$$

Dieser Gleichungstyp heißt Langevin-Gleichung. Die Komponente $\mathbf{N}$ beschreibt die Drift und die Komponente $\mathbf{\Gamma}$ die Diffusion des Zufallsprozesses. Vereinbarungsgemäß hat $\mathbf{\Gamma}$ folgende Eigenschaften:[89]

$$\langle \Gamma(t) \rangle = 0 \quad \forall \quad t; \tag{3.30}$$

$$\langle \Gamma(t)\Gamma(t') \rangle = Q\delta(t-t'); \tag{3.31}$$

$$\langle \Gamma^n(t) \rangle = 0 \quad \text{für } n \geq 3. \tag{3.32}$$

Darin ist Q ein von den Realisationen der Variablen $\mathbf{q}$ unabhängiges Maß für die Stärke der Fluktuationen. Analog zu (3.16, 3.17) lauten die Differentialgleichungen für die Koeffizienten ξ_u und ξ_s:

$$\dot{\xi}_u = \lambda_u \xi_u + \hat{N}_u(\xi_u, \xi_s) + \mathbf{\Gamma}_u(t); \tag{3.33}$$

$$\dot{\xi}_s = \lambda_s \xi_s + \hat{N}_s(\xi_u, \xi_s) + \mathbf{\Gamma}_s(t). \tag{3.34}$$

Übertragen auf das Beispiel (3.22) gilt also für den Ordnungsparameter folgende Beziehung (der Index u wird jetzt nicht mehr erwähnt):

$$\dot{\xi} = \lambda\xi - \beta\xi^3 + \Gamma(t) \quad \text{mit } \beta > 0. \tag{3.35}$$

[88]Wie in Abschnitt 3.1 gesagt, kaufen oder verkaufen Noise- beziehungsweise Liquiditätshändler unabhängig von spekulativen Beweggründen. Ihre Nachfragefunktion nach Devisen wird unter anderem als lineare Funktion (in (3.29) unter $\mathbf{N}$ zu subsumieren) zuzüglich eines stochastischen Störterms dargestellt. Vgl. Carlson und Osler (1998); Dow und Gorton (1993).

[89]Dabei enthält (3.31) folgende Annahmen: Erstens wird unterstellt, daß sich die Fluktuationen in einem Bereich um das Gleichgewicht von (3.29) bewegen. Nur unter dieser Voraussetzung hängt die Korrelationsfunktion allein von der Zeitdifferenz $(t-t')$ ab. Zweitens sollen sich die Realisationen von $\mathbf{q}$ im Vergleich zu den Fluktuationen sehr langsam verändern, so daß die Korrelationsfunktion näherungsweise durch eine δ-Funktion $\delta(t-t')$ ersetzt werden kann.

Abschnitt 3.2.2 zeigte, daß die Eigenschaften des deterministischen Teils dieser Beziehung vom Vorzeichen des Eigenwerts aus (3.13) abhängen. Dabei kann (3.35) in weit vom kritischen Punkt $\lambda = 0$ entfernten Bereichen näherungsweise linear gelöst werden. Im deutlich negativen Wertebereich von λ ist ξ eine kleine Größe im und nahe dem stationären Zustand. Daher kann (3.35) dort durch

$$\dot{\xi} \approx \lambda\xi + \Gamma(t) \tag{3.36}$$

genähert werden. Für $\lambda > 0$ ergibt die Substitution

$$\xi = \xi_0 + \eta \quad \text{mit } \lambda - \beta\xi_0^2 = 0 \tag{3.37}$$

folgende Approximierung:[90]

$$\dot{\eta} \approx -2\lambda\eta + \Gamma(t). \tag{3.38}$$

Weil (3.38) dieselbe Form hat wie (3.36), genügt es, im folgenden die Lösungen[91]

$$\eta = \int_0^t \exp[-2\lambda(t-\tau)]\Gamma(\tau)\, \mathrm{d}\tau\ . \tag{3.39}$$

von (3.38) zu betrachten.

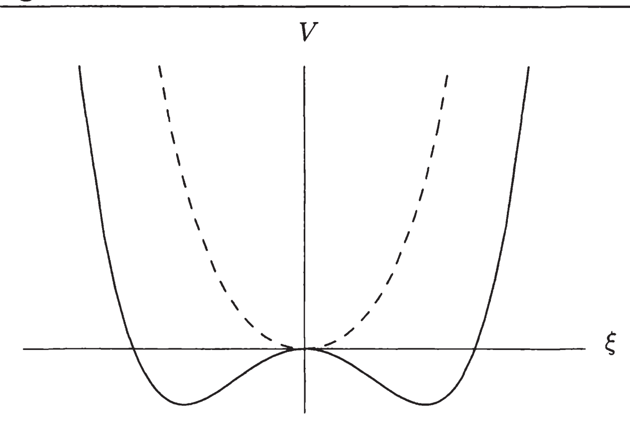
Abschnitt 3.2.2 zeigt, daß die eben vorgenommene Linearisierung von (3.35) in der Umgebung des instabilen Punktes $\lambda = 0$ unzulässig ist, weil dort die Zufallskomponente den Ordnungsparameter ändern kann.[92] Dieser Sachverhalt wird als kritische Fluktuation bezeichnet. Demnach beschreibt (3.29) einen grundlegend anderen Zusammenhang als (3.8): Während die

[90] Höhere Potenzen von η werden vernachlässigt.

[91] Die homogene Lösung ist nicht von Interesse, da sie im nachstehenden Grenzwertkalkül ohnehin verlorenginge.

[92] Aus formaler Sicht ist eine Linearisierung von (3.35) durch (3.39) unzulässig, weil sich die Korrelationsfunktion $\langle\eta(t)\eta(t')\rangle = \exp[-2\lambda(t-t')]Q\frac{\exp(4\lambda t')-1}{4\lambda}$ der letztgenannten Funktion für große t und t' und die finite Differenz $t-t'$ zur stationären Korrelationsfunktion $\langle\eta(t)\eta(t')\rangle = \frac{Q}{4\lambda}\exp(-2\lambda|t-t'|)$ reduziert. Die letztgenannte Funktion divergiert für $\lambda \to 0$.


Abbildung 3.4 Potentialfunktion



Lösung des deterministischen Differentialgleichungssystems nach einer exogenen Störung auf einem von vornherein feststehenden Attraktor den neuen Gleichgewichtszustand anstrebt, unterliegt das stochastische Differentialgleichungssystem ständig Zufallseinflüssen. Sogar im Steady-State ändert sich der Devisenmarktzustand $\mathbf{q}(t)$ permanent und unregelmäßig. Daher kann nur die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, mit der sich der Vektor in einem bestimmten Element seines Ereignisraums aufhält.

Der verbleibende Teil des vorliegenden Abschnitts soll zeigen, daß die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $\mathbf{q}$ die stationären Punkte der Langevin-Gleichung (3.29) in einer der Potentialfunktion (3.23) vergleichbaren Weise angibt. Anschließend erörtert Abschnitt 3.3 die Frage, wie eine formale Beziehung für die Verteilungsfunktion bestimmt werden kann. Letzteres ist hinreichend genau[93] mit Hilfe der sogenannten Fokker-Planck-Gleichung möglich, welche eine Differentialgleichung für die gesuchte Dichte W der Verteilung von $\mathbf{q}$ ist. Sie lautet im Beispielfall (3.35)

$$\dot{W} = -\frac{\partial}{\partial \xi}[(\lambda\xi - \beta\xi^3)W] + \frac{Q}{2}\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}W, \tag{3.40}$$

[93]Vgl. Anhang A.5.

und die stationäre Lösung[94] dieser Beziehung ist:

$$W_{\mathrm{st}}(\xi) = N_K \exp\left[\frac{2}{Q}\left(\frac{\lambda\xi^2}{2} - \frac{\beta\xi^4}{4}\right)\right]. \tag{3.41}$$

Der Normierungsfaktor N_K erfüllt die Bedingung $\int_\xi f_0(\xi)\, \mathrm{d}\xi = 1$.

Ein Vergleich der Potentialfunktion (Abbildung 3.4) mit der stationären Lösung der Fokker-Planck-Gleichung (Abbildung 3.5) zeigt, daß der Bifurkation der Lösung des deterministischen Teils von (3.35) einem Formwechsel der stationären Lösung der Fokker-Planck-Gleichung entspricht. Letztere hat im Fall $\lambda < 0$ einen und im Fall $\lambda > 0$ zwei Gipfel. Um kritische Fluktuationen auf dem Devisenmarkt zu erforschen, muß die Langevin-Gleichung (3.29) also nicht direkt gelöst werden. Mehr noch: Es genügt nicht, anstelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Lösungen von (3.29) ausschließlich deren Mittelwert $\langle \mathbf{q}(t) \rangle$ zu untersuchen. Nur wenn der deterministische Teil $\mathbf{N}$ von (3.29) keiner Bifurkation unterliegt, weichen vom Punkt $\mathbf{q}_0$ ausgehende Stichprobenpfade im Beobachtungszeitraum unwesentlich vom Mittelwert $\langle \mathbf{q}(t) \rangle$ ab.[95] Tritt hingegen eine Bifurkation auf, entfernen sich die beobachteten Stichprobenpfade der Variablen von $\mathbf{q}$ deutlich von den Mittelwerten $\langle \mathbf{q} \rangle$, so daß diese nicht für die Stichprobenpfade charakteristisch sind.[96] Wie aus Abschnitt 3.2.2 hervorgeht, können in diesem Fall kleine Änderungen der Zufallskomponente zu sehr verschiedenen Pfaden der $\mathbf{q}$ führen, nämlich dann, wenn der Kontrollparameter einen kritischen Wert hat und sich der Realteil des Eigenwerts des Ordnungsparameters sehr schnell ändern kann.

[94] Vgl. eingehend Abschnitt 3.3.2.

[95] Allein in diesem Fall ist die Varianz der beobachteten Stichproben relativ klein, und es gilt

$$\langle \mathbf{N}(q_1(t), \ldots, q_n(t)) \rangle \approx \mathbf{N}(\langle q_1(t) \rangle, \ldots, \langle q_n(t) \rangle).$$

Daraus folgt:

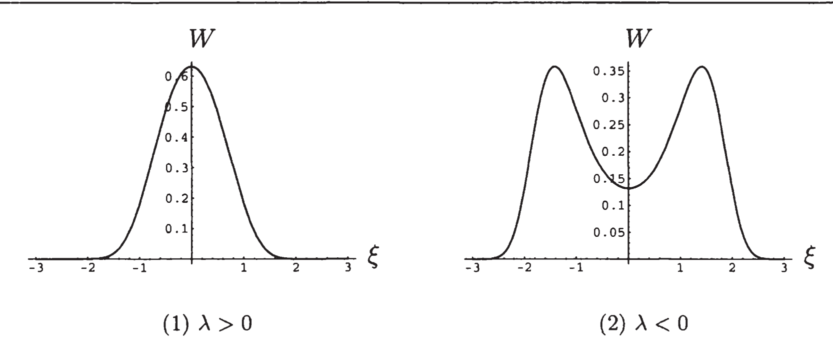
$$\frac{\mathrm{d}\langle \mathbf{q} \rangle}{\mathrm{d}t} \approx \mathbf{N}(\langle q_1(t) \rangle, \ldots \langle q_n(t) \rangle).$$

Dies ist eine autonome, geschlossene und nicht-lineare Menge von Differentialgleichungen für die Mittelwerte von $\mathbf{q}$. Somit folgen die Variablen in $\mathbf{q}$ einer quasi-deterministischen Subdynamik.

[96] Die in Fußnote 95 angeführte Näherung gilt hier nicht.



Abbildung 3.5 Stationäre Lösung



(1) $\lambda > 0$ (2) $\lambda < 0$

Daten: $\lambda = \pm 1$, $\beta = 0.5$, $q = 1$ und $N \doteq 0.1317971$ (für 3.5(1)) bzw. $N \doteq 0.631595$ (für 3.5(2)).

Bei der Interpretation der Fokker-Planck-Gleichung als Lösung der Langevin-Gleichung sind verschiedene Punkte zu beachten.[97] So ist zwar im Fall $\lambda > 0$ die Wahrscheinlichkeitsdichte in den Punkten $\xi_{\pm} = \pm\sqrt{\lambda/\beta}$ maximal, die Zufallsvariable ξ kann aber für ein gegebenes W_0 grundsätzlich jede Realisation annehmen. Daher stellt sich die Frage nach der Wahrscheinlichkeit, mit welcher der Markt, vom Zustand $\xi = \xi_i$ im Zeitpunkt $t = 0$ ausgehend, zu einem späteren Zeitpunkt $t > 0$ im Endzustand $\xi \neq \xi_i$ ist. Sie kann mit Hilfe der in Abschnitt 3.3 zu behandeln zeitabhängigen Lösung $W(\xi, t)$ der Fokker-Planck-Gleichung beantwortet werden. Damit verbunden ist die Bestimmung des Zeitraums, in dem ein anfangs im Extremum ξ_+ verweilender Markt durchschnittlich erstmalig das Extremum ξ_- einnimmt. Wie schon mehrfach dargelegt, interpretiert die vorliegende Studie diesen Vorgang als Erwartungswechsel der Devisenspekulanten bezüglich der Fortführung des festen Wechselkurssystems im Sinne des Abschnitts 2.3.2.

[97]Vgl. den in Anhang A.2 dargelegten Einwand hinsichtlich der Äquivalenz von Langevin-Gleichung und Fokker-Planck-Gleichung.

3.3 Fokker-Planck-Gleichung

Der vorangegangene Abschnitt 3.2 legt dar, wie mittels einer Fokker-Planck-Gleichung Imitationsverhalten und die Anwesenheit von Noise-Händlern zusätzlich zu dem auf makroökonomischen Fundamentalvariablen beruhenden Angebots- und Nachfrageverhalten von Devisenmarktteilnehmern berücksichtigt werden könnte. Der vorliegende Abschnitt untersucht die Fokker-Planck-Gleichung in allgemeiner Weise, um daraus Fragestellungen für die in Kapitel 4 vorzunehmende Analyse selbsterfüllender spekulativer Attacken unter der Prämisse heterogener Erwartungen und eines endlichen Anlagehorizonts der Devisenmarktteilnehmer zu entwickeln.[98]

Die Fokker-Planck-Gleichung hat als Differentialgleichung unter Umständen eine stationäre Lösung und stets (mehrere) nicht-stationäre Lösungen. Abschnitt 3.3.2 stellt dar, wie die stationäre Lösung zu bestimmen ist. Für den Wechsel der Marktteilnehmererwartungen zwischen hoher und niedriger Wahrscheinlichkeit einer künftigen Aufgabe des festen Wechselkursregimes ist aber das mit der nicht-stationären Lösung der Fokker-Planck-Gleichung beschriebene Diffusionsverhalten entscheidend. In diesem Zusammenhang widmet sich Abschnitt 3.3.3 insbesondere der Frage nach der durchschnittlichen Übertrittszeit zwischen den Minima der Verteilungsfunktion des Wahrscheinlichkeitsprozesses, die, wie Abschnitt 3.2.3 darstellt, auftreten, wenn die Lösung der Differentialgleichung des Ordnungsparameters bifurkiert.

3.3.1 Herleitung

Die bedingte Dichtefunktion einer Zufallsvariablen ζ zum Zeitpunkt t_n ist die Dichtefunktion dieser Variablen zum genannten Zeitpunkt unter der Einschränkung, daß ζ zu den Zeitpunkten $t_{n-1} > t_{n-2} > \ldots > t_1$ die scharfgipfligen Werte[99] $x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_1$ angenommen hat. Formal gilt:

[98] Aufbau und Inhalt des vorliegenden Abschnitts orientieren sich an Risken (1996).

[99] Damit ist gemeint, daß die Realisationen der Zufallsvariablen ζ in den vorangegangenen Zeitpunkten δ-Funktionen $(\delta[x_n - \zeta(t_n)], i = 1, \ldots, n-1)$ sein sollen. Die δ-Funktion ist aber eine symmetrische, unimodale Dichtefunktionen mit unendlich schmaler Weite, so daß die Bezeichnung von x als historischer „Wert" der Zufallsvariablen ζ nicht im mathematischen Sinn exakt ist.

$$
\begin{aligned}
P(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}; \ldots; x_1 t_1) \\
&= \langle\, \delta[x_n - \zeta(t_n)] \,\rangle|_{\zeta(t_{n-1})=x_{n-1},\ldots,\zeta(t_1)=x_1} \qquad (3.42) \\
&= \frac{W_n(x_n, t_n; \ldots; x_1, t_1)}{W_{n-1}(x_{n-1}, t_{n-1}; \ldots; x_1, t_1)} \\
&= \frac{W_n(x_n, t_n; \ldots; x_1, t_1)}{\int W_n(x_n, t_n; \ldots; x_1, t_1)\, \mathrm{d}x_n}. \qquad (3.43)
\end{aligned}
$$

Wenn Gedächtniseffekte vernachlässigbar sind, d.h. das Verhalten der Devisenmarktteilnehmer nicht von weiter zurückliegenden Zeitpunkten als dem unmittelbar vorangegangenen abhängt, folgt ζ einem Markov-Prozeß. Damit beruht auch ihre bedingte Dichte nur auf dem Wert der Vorperiode $(\zeta(t_{n-1}) = x_{n-1})$. Deshalb ist

$$
P\,(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}; \ldots; x_1 t_1) = P(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}), \qquad (3.44)
$$

und aus (3.43) folgt:

$$
\begin{aligned}
W_n(x_n, t_n; \ldots; x_1, t_1) = P(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}) \\
\times W_{n-1}(x_{n-1}, t_{n-1}; \ldots; x_1, t_1).
\end{aligned} \qquad (3.45)
$$

Rekursives Einsetzen von für $W_{n-1}, W_{n-2}, \ldots, W_1$ in diese Beziehung ergibt die bedingte Dichtefunktion eines Markov-Prozesses:

$$
\begin{aligned}
W_n(x_n, t_n; \ldots; x_1, t_1) = P(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}) \\
\times P(x_{n-1}, t_{n-1} | x_{n-2}, t_{n-2}) \ldots P(x_2, t_2 | x_1, t_1) W(x_1, t_1).
\end{aligned} \qquad (3.46)
$$

Zum beliebigen Zeitpunkt t_n ist letztere demnach das Produkt der Dichtefunktion zu Prozeßbeginn t_1 mit den bedingten Wahrscheinlichkeitsfunktionen der möglichen Prozeßzustände zu den dazwischenliegenden Zeitpunkten (eingeschlossen t_n).[100] Deshalb werden die bedingten Wahrscheinlichkeiten

[100] Ist ein Durchschnitt aller Zufallsexperimente berechenbar, kann die Dichtefunktion zum festen Zeitpunkt t_1 wie folgt definiert werden: $W_1(x_1, t) = \langle \delta[x_1 - \zeta(t_1)] \rangle$. Die Wahrscheinlichkeit, daß die Zufallsvariable zum Zeitpunkt t_1 im Intervall $x_t \leq \zeta(t) \leq x_t + dx_t$ liegt, beträgt $W_1(x_1, t) dx_1$. Für verschiedene Zeitpunkte $t = t_1, \ldots, t_n$ und die Intervalle $x_t \leq \zeta(t) \leq x_t + dx_t$ lauten die Wahrscheinlichkeiten

auch Übergangswahrscheinlichkeiten genannt. Im Spezialfall $n = 2$ reduziert sich (3.46) zu:

$$P(x_2, t_2|x_1, t_1) = \frac{W_2(x_2, t_2; x_1, t_1)}{W_1(x_1, t_1)} = \frac{W_2(x_2, t_2; x_1, t_1)}{\int W_2(x_2, t_2; x_1, t_1)\, \mathrm{d}x_2}. \tag{3.47}$$

Der Zeitabstand $t_2 - t_1$ der bedingten Wahrscheinlichkeit $P(x_2, t_2|x_1, t_1)$ ist willkürlich wählbar. Bei einem infinitesimal kurzen Abstand hat die bedingte Wahrscheinlichkeit den scharfgipfligen Wert x_1, und es gilt:

$$\lim_{t_2 \to t_1} P(x_2, t_2|x_1, t_1) = \delta[x_1 - x_2]. \tag{3.48}$$

Weil sich die Wahrscheinlichkeitsdichte des Markov-Prozesses im Zeitpunkt t_2 durch Integration von W_3 über x_2 ergibt,

$$W_2(x_3, t_3; x_1, t_1) = \int W_3(x_3, t_3; x_2, t_2; x_1, t_1)\, \mathrm{d}x_2 , \tag{3.49}$$

ist in Verbindung mit (3.47) wegen $t_3 \geq t_2 \geq t_1$:

$$P(x_3, t_3|x_1, t_1) W(x_1, t_1) = \int P(x_3, t_3|x_2, t_2) P(x_2, t_2|x_1, t_1) W(x_1, t_1)\, \mathrm{d}x_2 . \tag{3.50}$$

Da $W_1(x_1, t_1)$ willkürlich gewählt werden kann, folgt daraus die sogenannte Chapman-Kolmogoroff-Gleichung (CK-Gleichung):

$$P(x_3, t_3|x_1, t_1) = \int P(x_3, t_3|x_2, t_2) P(x_2, t_2|x_1, t_1)\, \mathrm{d}x_2 . \tag{3.51}$$

Sie ist eine Konsistenzgleichung für die bedingten Wahrscheinlichkeiten eines Markov-Prozesses.

$W_n(x_n, t_n; \ldots; x_1, t_1) dx_1 \ldots dx_n$, wobei $W_n(x_n, t_n; \ldots; x_1, t_1) = \langle \delta[x_1 - \zeta(t_1)] \ldots \delta[x_n - \zeta(t_n)] \rangle$ die Dichtefunktion ist. Kennt man die unendliche Hierarchie der Dichtefunktionen $W_1(x_1, t_1)$, $W_2(x_2, t_2; x_1, t_1)$, $W_3(x_3, t_3; x_2, t_2; x_1, t_1)$, können die Zeitpfade des durch die Variable $\zeta(t)$ im Intervall $\{t_0, t_0 + T\}$ beschriebenen Zufallsprozesses ebenfalls angegeben werden. Die Besonderheit des Markov-Prozesses liegt in der Verkürzung dieser Hierarchie auf ein Glied.

Aus der Definition der Übergangswahrscheinlichkeit (3.44) ist folgende Beziehung zwischen der Dichte $W(x, t+\tau)$ im Zeitpunkt $t+\tau$ mit $(\tau \geq 0)$, der Übergangswahrscheinlichkeit (3.42) im Zeitpunkt t und der Dichte $W(x,t)$ im Zeitpunkt t ersichtlich:

$$W(x, t+\tau) = \int P(x, t+\tau | x', t) W(x', t) \, \mathrm{d}x' \,. \tag{3.52}$$

Mit x' ist der scharfgipflige Wert der Zufallsvariablen $\zeta(t)$ zum Zeitpunkt t bezeichnet. Im Ausgangszustand $(\tau = 0)$ soll die Übergangswahrscheinlichkeit den Wert

$$P(x, t | x', t) = \delta(x - x') \tag{3.53}$$

haben. Daraus ergibt sich, wie Anhang A.3 genauer ausführt, die folgende, Kramers-Moyal-Erweiterung (KM-Erweiterung) genannte Beziehung für das Differential der Dichte der Zufallsvariablen $\zeta(t)$ nach der Zeit t:[101]

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n D^{(n)}(x,t) W(x,t) = \mathbf{L}_{\mathrm{KM}} \, W. \tag{3.54}$$

Darin ist

$$\mathbf{L}_{\mathrm{KM}}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n D^{(n)}(x,t) \tag{3.55}$$

der sogenannte Kramers-Moyal-Operator (KM-Operator). Seine wesentlichen Bestandteile, die Kramers-Moyal-Koeffizienten $D^{(n)}(x,t)$ (KM-Koeffizienten) sind definiert als die durch $n!$ dividierte erste Ableitung des um den Wert x der Zufallsvariablen ζ zentralen Moments n-ter Ordnung:[102]

$$D^{(n)} = \frac{1}{n!} \lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau} \langle (\zeta(t+\tau) - x)^n \rangle \Big|_{\zeta(t)=x} \,. \tag{3.56}$$

[101] Das Differential $(-\partial/\partial x)^n$ bezieht sich auf $D^{(n)}(x,t)$ und $W(x,t)$. Genau besehen wird hier die Vorwärtsvariante der KM-Erweiterung wiedergegeben. Sie ist zur Rückwärtsvariante äquivalent. Vgl. Risken (1996, Kap. 4.2). Die Begriffe Vorwärts- und Rückwärtslösung stochastischer Differentialgleichungen stimmen inhaltlich mit den gleichlautenden Begriffen bei nicht stochastischen Differentialgleichungen überein.

[102] $\bar{M}_n(t) = \langle [\zeta(t) - x]^n \rangle$.

Sie sollen im folgenden anhand der Langevin-Gleichung einer stochastischen Variablen ζ,

$$\dot{\zeta} = N(\zeta, t) + g(\zeta, t)\Gamma(t), \tag{3.57}$$

erörtert werden. Im Unterschied zu der in Abschnitt 3.2 angegebenen Fassung der Langevin-Gleichung ist es, wie sich im folgenden[103] zeigen wird, an dieser Stelle sinnvoll, zwischen einem additivem und einem multiplikativem Störterm zu unterscheiden.[104] Der (3.57) zu Grunde liegende Markov-Prozeß soll stationär sein, d.h. g und N hängen direkt von der stochastischen Variablen ζ und nur indirekt von der Zeit ab.[105] Die Störkomponente $\Gamma(t)$ wird als gaußverteilte Zufallsvariable mit arithmetischem Mittel von null und einer δ-Korrelationsfunktion[106] angenommen, d.h. es sollen folgende Eigenschaften gelten:[107]

$$\left.\begin{aligned} \langle\Gamma(t)\rangle &= 0 \;\forall\; t; \\ \langle\Gamma(t)\Gamma(t')\rangle &= \delta(t-t'); \\ \langle\Gamma^n(t)\rangle &= 0 \quad \text{für } n \geq 3; \\ \langle\Gamma(t)N(\zeta,t')\rangle &= \langle\Gamma(t)\rangle\langle N(\zeta,t')\rangle \text{ mit } t' \leq t; \\ \langle\Gamma(t)g(\zeta,t')\rangle &= \langle\Gamma(t)\rangle\langle g(\zeta,t')\rangle \text{ mit } t' \leq t. \end{aligned}\right\} \tag{3.58}$$

[103]Vgl. zu den unterschiedlichen Eigenschaften additiver und multiplikativer stochastischer Prozesse auch Schenzle und Brand (1979).

[104]Hängt die Funktion g nicht von ζ ab, hat (3.57) eine additive Zufallskomponente und ansonsten eine multiplikative Zufallskomponente. Im vorliegenden Fall mit nur einer Variablen kann für zeitunabhängige Funktionen N und g sowie $g \neq 0$ durch Division von (3.57) mit g die multiplikative Störkomponente in eine additive Komponente überführt werden. Hängt die Funktion g aber von den Realisationen x der Zufallsvariablen ζ und damit von der Zeit t ab, ist, wie an späterer Stelle gezeigt wird, der Durchschnitt $\langle g(\zeta,t)\Gamma(t)\rangle$ ungleich null und führt zur sogenannten zufallsinduzierten Drift.

[105]Exakt wäre also z.B. $N(\zeta, t)$ als $N(\zeta(t))$ zu schreiben.

[106] Aus mathematischer Sicht ist die Langevin-Gleichung nicht abschließend definiert, weil $\Gamma(t_1)$ und $\Gamma(t_2)$ für beliebig kleine $|t_2 - t_1|$ voneinander unabhängig sind. Daher wird im folgenden die δ-Funktion durch eine Funktion δ_ε mit sehr schmaler finiter Weite $\varepsilon \to 0$ ersetzt: $\delta_\varepsilon(t) = \frac{1}{\varepsilon}$ für $-\frac{\varepsilon}{2} < t < \frac{\varepsilon}{2}$ und anderenfalls $\delta_\varepsilon(t) = 0$. Vgl. z.B. Haken (1993, Kap. 4); Risken (1996, Kap. 3.3). Neben diesem pragmatischen Vorgehen gibt es die mathematisch exakten Definitionen von Itô und Stratonovich. Vgl. z.B. Risken (1996, Kap. 3.3.3) sowie Paul und Baschnagel (1999, Kap. 2.3).

[107]Allgemein gilt bei Gaußschem weißen Rauschen $\langle\Gamma(t)\Gamma(t')\rangle = \theta\delta(t-t')$. Dabei kann der Gewichtungsfaktor θ in die Diffusionskomponente absorbiert werden. In der vorliegenden Studie sei die in (3.58) angegebene Normierung vereinbart.

Zusätzlich möge die Lösung $\zeta(t+\tau)$ mit $\tau > 0$ von (3.57) im Zeitpunkt t den scharfgipfligen Wert $\zeta(t) = x$ haben. Die KM-Koeffizienten von (3.57) lauten:[108]

$$D^{(1)} = N(x,t) + g'(x,t)g(x,t), \tag{3.59}$$

$$D^{(2)} = g^2(x,t), \tag{3.60}$$

$$D^{(n)} = 0 \quad \text{für } n \geq 3. \tag{3.61}$$

Anhand dieser Ausdrücke tritt die Bedeutung einer multiplikativen stochastischen Komponente hervor. Hängt die Diffusionskomponente g der Langevin-Gleichung von ζ ab, ist $\langle g(\zeta,t)\Gamma(t)\rangle$ ungleich null. Mit anderen Worten, der Driftkoeffizient $D^{(1)}$ des mit (3.57) beschriebenen Zufallsprozesses wird, wenn es sich um einen additiven Prozeß handelt, allein durch die deterministische Komponente $N(\zeta,t)$ der Langevin-Gleichung bestimmt. Beschreibt (3.57) aber einen multiplikativen Prozeß, hängt $D^{(1)}$ zusätzlich vom Diffusionskoeffizienten $D^{(2)}$, also der Fluktuationskomponente $g(\zeta,t)$ von (3.57), ab. Letztgenannte Komponente wird als noise-induzierte Drift[109],

$$D^{(1)}_{\text{noise-ind}} = \frac{\partial g(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}D^{(2)}(x,t), \tag{3.62}$$

bezeichnet.

Die in Abschnitt 3.2.3 angesprochene FP-Gleichung ist die KM-Gleichung (3.54) im Fall $n = 2$. Sie erfaßt alle in (3.58) angegebenen Eigenschaften des mit der Langevin-Gleichung (3.57) beschriebenen Zufallsprozeses. Dies sei im folgenden mit Hilfe des Generations-Rekombinations-Prozesses (GR-Prozeß), einem speziellen Markov-Prozeß, erläutert. Er hat diskrete Realisationen $x_m = lm$ (mit $m = 1, \ldots, M$), die nur zwischen unmittelbar benachbarten Zuständen x_{m-1} und x_{m+1} wechseln können, wie Abbildung 3.6 illustriert. Der konstante Parameter l mißt den Abstand zwischen den Zuständen. Die Dichtefunktion eines GR-Prozesses kann mittels der CK-Gleichung

[108] Vgl. zur Herleitung Anhang A.4.

[109] Häufig auch „spurious drift" genannt.

(3.51) angegeben werden. Im nachstehenden Zusammenhang ist aber eine lineare Schreibweise der Dichtefunktion vorzuziehen, wie sie die Beziehung[110]

$$\begin{aligned}\dot{W}(x_m,t) &= G(x_{m-1},t)W(x_{m-1},t) - G(x_m,t)W(x_m,t)\\ &\quad + R(x_{m+1},t)W(x_{m+1},t) - R(x_m,t)W(x_m,t)\end{aligned} \tag{3.63}$$

darstellt.[111] Darin ist W_m die Wahrscheinlichkeit, daß der Zustand x_m angenommen wird. Die Übergangsrate von x_m nach x_{m+1} ist die Generationsrate $G(x_m,t)$, die Rate in umgekehrter Richtung von x_m nach x_{m-1} ist die Rekombinationsrate $R(x_m,t)$. Wegen

$$f(x \pm l) = \exp(\pm l \frac{\partial}{\partial x}) f(x) \tag{3.64}$$

(für beliebige Funktionen $f(x)$) kann (3.63) als KM-Erweiterung dargestellt werden (x_m ist hier als x zu bezeichnen):

$$\begin{aligned}\dot{W}(x,t) &= \left[\exp\left(-l\frac{\partial}{\partial x}\right) - 1\right] G(x,t)W(x,t)\\ &\quad + \left[\exp\left(l\frac{\partial}{\partial x}\right) - 1\right] R(x,t)W(x,t)\\ &= \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n D^{(n)}(x,t)W(x,t),\end{aligned} \tag{3.65}$$

[110]Gleichung (3.63) wird als Mastergleichung bezeichnet; vgl. van Kampen (1976). CK-Gleichung und Mastergleichung sind Konsistenzgleichungen für die Übergangswahrscheinlichkeiten (bzw. Übergangsraten) eines Markov-Prozesses. Sofern Gedächtniseffekte vernachlässigbar sind, der Prozeß stationär und die funktionale Form der Übergangsraten zwischen allen Prozeßzuständen bekannt ist, können beide Beziehungen als Bewegungsgleichung eines Markov-Prozesses gedeutet werden. Vgl. Paul und Baschnagel (1999, Kap 2.2.2).

[111]Im Fall $l = 1$ beschreibt (3.63) einen Geburts-Todesprozeß. Dessen Generations- und Rekombinationsrate lauten $G(m) = \mu m$ und $R(m) = vm$ (mit $\mu, v = \text{const.}$). Der Poisson-Prozeß hat als Spezialfall des Geburts-Todes-Prozesses nur eine Generationsrate: $G(m) = \mu$ und $R(m) = 0$.

Abbildung 3.6 Generations-Rekombinationsprozeß

w_{m+1}			$W(x_{m+1}, t)$
	$\downarrow$ $G(x_m)$	$R(x_{m+1})$ $\uparrow$	
x_m			$W(x_m, t)$
	$\downarrow$ $G(x_{m-1})$	$R(x_m)$ $\uparrow$	
x_{m-1}			$W(x_{m-1}, t)$

mit den KM-Koeffizienten

$$D^{(n)}(x,t) = \frac{l^n}{n!}[G(x,t) + (-1)^n R(x,t)]. \tag{3.66}$$

Insbesondere gelten:[112]

$$D^{(1)} = l(G - R); \tag{3.67}$$

$$D^{(2)} = \frac{l^2}{2}(G + R). \tag{3.68}$$

Drift- und Diffusionskoeffizient des GR-Prozesses setzen sich also aus der Wahrscheinlichkeitsrate des Zustroms in den Zustand m (Generationsrate, G) und den Abstrom aus dem Zustand m (Rekombinationsrate, R) zusammen. In Kapitel 4 wird dieser Sachverhalt benutzt, um mit Hilfe der Überlegungen aus Abschnitt 3.1 mathematische Beziehungen für $D^{(1)}$ und $D^{(2)}$ aufzustellen.

Bei zunehmender Verringerung des Abstands l zwischen den Zuständen streben immer mehr KM-Koeffizienten höherer Ordnung gegen null. Wird alternativ die Zahl der möglichen Prozeßzustände um den Faktor L erhöht, führt dies zum selben Ergebnis.[113] Daher kann die KM-Erweiterung ohne entscheidenden Genauigkeitsverlust nach endlich vielen Koeffizienten trunk-

[112]Die Beziehungen (3.67, 3.68) werden es erleichtern, in Abschnitt 4.1 das monetäre Modell aus Abschnitt 2.3.2 so umzuformulieren, daß es auch Imitationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer und Noise-Händler berücksichtigt.

[113] Dann ist $x = ml = Lx_{\text{nor}}$, wobei $m = 1, \ldots, ML$. Hängen die Generations- und Rekombinationsraten nur von x_{nor} ab, sind:

$$\dot{W}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\partial}{\partial x_{nor}}\right)^n D^{(n)}(x_{nor},t) W(x_{nor},t) \quad \text{und}$$

tiert werden. Besonders geeignet ist die Beschränkung auf die ersten zwei Koeffizienten, da dies im gesamten Definitionsbereich von x positive Werte der Übergangswahrscheinlichkeiten sicherstellt.[114] Dieser Spezialfall der Gleichung (3.63) für stetige Realisationen der Zufallsvariablen $\zeta(t)$ ist die bereits in Abschnitt 3.2.3 kurz vorgestellte Fokker-Planck-Gleichung (FP-Gleichung):[115]

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} \equiv \dot{W}(x,t) = \mathbf{L}_{\mathrm{FP}}\, W(x,t). \tag{3.69}$$

Darin ist

$$\mathbf{L}_{\mathrm{FP}} = -\frac{\partial}{\partial x} D^{(1)}(x,t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} D^{(2)}(x,t) \tag{3.70}$$

der Fokker-Planck-Koeffizient (FP-Koeffizient). Die Übergangswahrscheinlichkeiten eines Markov-Prozesses lassen sich also hinreichend genau durch den Drift- und den Diffusionskoeffizienten beschreiben, was eine wesentliche Vereinfachung der gestellten Aufgabe ist.[116]

$$D^{(n)}(x_{nor},t) = \left(\frac{\alpha^n}{n!}\right)[G(x_{nor},t) + (-1)^n R(x_{nor},t)], \quad \text{mit } \alpha^n = (l/L)^n.$$

Durch die Systemvergrößerung nehmen die KM-Koeffizeinten daher schneller in n ab; sogenannte $1/\Omega$-Erweiterung nach van Kampen (1976). Siehe auch Risken (1996).

[114]Das ist die zentrale Aussage des in Anhang A.5 skizzierten Pawula-Theorems; Pawula (1967). Im Anhang wird ebenfalls gezeigt, daß es trotz negativer Übergangswahrscheinlichkeiten für einige Abschnitte des Definitionsbereichs von x sinnvoll sein kann, eine Näherung höherer als zweiter Ordnung durchzuführen.

[115]Fokker (1914); Planck (1917).

[116]Die zu (3.63) analoge Beziehung für den Markov-Prozeß einer Zufallsvariablen mit stetigen Realisationen x lautet: $\dot{W}(x,t) = \int [P(x' \to x)W(x',t) - P(x \to x')W(x,t)]\, dx'$. Einsetzen von

$$P(x' \to x) = \left[-\frac{\partial}{\partial x} D^{(1)}(x) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} D^{(2)}(x)\right]\delta(x - x').$$

in diese Beziehung ergibt die FP-Gleichung (3.69). Dabei kann im ersten Term auf der rechten Seite der eben angegebenen Gleichung $\int \delta(x-x')W(x',t)\, dx' = W(x,t)$ verwendet werden. Der letzte Term auf der rechten Seite der in dieser Fußnote erstgenannten Beziehung ist wegen $\partial/\partial x'$ gleich null.

3.3.2 Stationäre Lösung

Außer als Bewegungsgleichung (3.69) kann die FP-Gleichung auch als Kontinuitätsgleichung geschrieben werden:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} = 0, \quad \text{mit} \tag{3.71}$$

$$\mathfrak{S}(x) = \left[D^{(1)}(x) - \frac{\partial}{\partial x} D^{(2)}(x,t)\right] W(x,t). \tag{3.72}$$

Dabei sollen im folgenden zur Vereinfachung zeitunabhängige Drift- und Diffusionskoeffizienten unterstellt werden. Die Spektraldichte[117] $\mathfrak{S}(x,t)$ ist als Wahrscheinlichkeitsstrom (Zustrom in und Abstrom aus dem Prozeßzustand x) anzusehen. Der Wahrscheinlichkeitsstrom beeinflußt entscheidend die Lösung(en) der FP-Gleichung. Ist er an den Grenzrealisationen (x_{min} und x_{max}) des mit der FP-Gleichung beschriebenen Zufallsprozesses gleich null oder reißt er bei einem bestimmten Wert $x_{\text{crit}} = x_{\text{max}}$ beziehungsweise $x_{\text{crit}} = x_{\text{min}}$ ab (Abbildungen 3.3.2 und 3.3.2), stellt (3.71) die Normierung des Wahrscheinlichkeitsstroms sicher. Das Integral der Wahrscheinlichkeitsdichte ist also eine Konstante (Beziehung 3.73) und es existiert eine stationäre (d.h. zeitunabhängige) Lösung der FP-Gleichung:[118]

$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} W(x,t)\,\mathrm{d}x = \text{const.} \tag{3.73}$$

Hat die FP-Gleichung eine stationäre Lösung, d.h. sind die eben genannten Grenzbedingungen erfüllt, kann die FP-Gleichung

[117]Die Spektraldichte von $\mathbf{\Gamma}$ ist die Fouriertransformierte der Korrelationsfunktion eines stationären Prozesses (Wiener-Khintchine-Theorem). Das Spektrum enthält die gleichen Informationen wie die Kovarianzfunktion, nur nicht nach zeitlicher Verzögerung, sondern nach Frequenzen geordnet. Vgl. Cramér und Leadbetter (1967); Risken (1996).

[118]Unter bestimmten Umständen zerfällt jede nicht-stationäre Lösung der FP-Gleichung in die stationäre Lösung, sofern letztere existiert. Vgl. Anhang A.6.

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} = \mathbf{L}_{\mathrm{FP}}\, W(x,t) = -\frac{\partial}{\partial x}\mathfrak{S}(x,t) \tag{3.74}$$

zu

$$D^{(1)}(x)W_{\mathrm{st}}(x) = \frac{D^{(1)}(x)}{D^{(2)}(x)}D^{(2)}(x)W_{\mathrm{st}}(x) = \frac{\partial}{\partial x}D^{(2)}(x)W_{\mathrm{st}}(x) \tag{3.75}$$

umgeformt werden, sofern unterstellt wird, daß Drift- und Diffusionskoeffizient zeitunabhängig sind und daß $D^{(2)} > 0$ gilt. Integration von (3.75) ergibt als stationäre Lösung der FP-Gleichung:

$$W_{\mathrm{st}} = \frac{N_K}{D^{(2)}(x)} \exp\left(\int^{x} \frac{D^{(1)}(x')}{D^{(2)}(x')}dx'\right) = N_K e^{-\Phi(x)} \tag{3.76}$$

mit der Potentialfunktion

$$\Phi(x) = \ln D^{(2)}(x) - \int^{x} \frac{D^{(1)}(x')}{D^{(2)}(x')}dx'. \tag{3.77}$$

Der für die Integrationskonstante N_K einzusetzende Wert hängt vom Definitionsbereich der Potentialfunktion $\Phi(x)$ ab. Wenn letztere im Punkt $x_{\max}$ eine Sprungstelle ins positiv Unendliche hat (Abbildung 3.3.2), existieren keine Werte oberhalb von $x_{\max}$. Der Wahrscheinlichkeitsstrom ist bei Erreichen von $x_{\max}$ gleich null, und der unendlich hohe Potentialwert wirkt als reflektierende Grenze. Entsprechendes gilt für eine eventuelle linke Grenze $x_{\min}$. Sollte $x \to \pm\infty$ gelten, wird von einer natürlichen Grenzbedingung gesprochen. Eine Sprungstelle der Potentialfunktion ins negativ Unendliche bedeutet, daß $e^{\Phi(x)}W$ im Punkt $x_{\max}$ gleich null ist (absorbierende Grenze, Abbildung 3.3.2).[119] Weil an den Grenzen $e^{\Phi(x)}W = 0$ gelten muß, sind im Fall einer absorbierenden Grenze W und $\mathfrak{S}$ finit[120], und es muß neben W auch $\mathfrak{S}$ normiert werden. Daher existiert eine stationäre Lösung der FP-

---

[119] Die Beziehung $e^{\Phi(x)}W = 0|_{x_{\max}}$ folgt aus der in Anhang A.7 hergeleiteten Kontinuitätsbedingung für den Wahrscheinlichkeitsstrom.

[120] Einen Nachweis führt z.B. Risken (1996, Kap. 5.5.2).

Gleichung nur für den Fall einer reflektierenden Grenze, weil dort bei x_{min} und x_{max} $\mathfrak{S} = 0$ gilt. Dann ist folgende Normierung zu wählen:

$$\int W_{\text{st}}(x)\, \mathrm{d}x = 1. \tag{3.78}$$

Sofern $W(x,t)$ eine unimodale Verteilung mit einem scharfen Gipfel beschreibt, gelten im (infinitesimal kleinen) Umfeld stationärer Punkte von $W(x,t)$ (näherungsweise) folgende erste Ableitungen des Mittelwerts und der Varianz nach der Zeit:[121]

$$\frac{\mathrm{d}\langle x\rangle_t}{\mathrm{d}t} = D^{(1)}(\langle x\rangle_t) = -\frac{\partial V}{\partial\langle x\rangle_t}; \tag{3.79}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}t} = D^{(2)}(\langle x\rangle_t) + 2\left(\frac{\partial}{\partial(\langle x\rangle)}D^{(1)}(\langle x\rangle_t)\right)\sigma(t). \tag{3.80}$$

Darin ist $V(\langle x\rangle_t)$ ein Potential, und es gilt für die Varianz:

$$\sigma(t) \equiv \langle(x - \langle x\rangle_t)^2\rangle_t = \langle x^2\rangle_t - \langle x\rangle_t^2 \geq 0. \tag{3.81}$$

In den Punkten $\langle x\rangle_{\text{st}}$ existieren stationäre Lösungen $(D^{(1)}(\langle x\rangle_{\text{st}}) = 0)$:

$$\langle x\rangle_t = \langle x\rangle_{\text{st}} = \text{const}. \tag{3.82}$$

Sie fallen (näherungsweise)[122] mit den Extrema der stationären Dichtefunktion zusammen. In der engen Umgebung von $\langle x\rangle_{\text{st}}$, d.h. für $\langle x\rangle_t = \langle x\rangle_{\text{st}} + \eta(t)$ mit kleinen $\eta(t)$, ergibt die Expansion von $D^{(1)}(\langle x\rangle_t)$:

$$\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial}{\partial\langle x\rangle_t}D^{(1)}(\langle x\rangle_{\text{st}})\eta(t). \tag{3.83}$$

[121]Die Beziehungen für den Erwartungswert bzw. die Varianz selbst ergeben sich durch Multiplikation der FP-Gleichung (3.69) mit x beziehungsweise x^2, wobei anschließend im durch die Grenzbedingungen gegebenen Intervall zu integrieren ist. Siehe auch Weidlich und Haag (1983, S. 26. ff.).

[122]Im stationären Gleichgewicht entfällt (definitionsgemäß) die Diffusionskomponente. In einer engen Umgebung um das Gleichgewicht ist sie vernachlässigbar gering. Daher kann anstelle $\partial W_{\text{st}}(x)/(\partial x)$ der Driftkoeffizient $D^{(1)}(x_m)$ verwendet werden.

Dabei ist zu unterstellen, daß $\partial/\partial\langle x\rangle_t D^{(1)}(\langle x\rangle_{\rm st})$ nicht null wird, da sonst Expansionsterme höherer Ordnung von $D^{(1)}(\langle x\rangle_t)$ zu berücksichtigen wären. Die Lösung der Beziehung (3.83) lautet:

$$\eta(t) = \eta_0 e^{\lambda t}, \quad \text{mit } \lambda = \frac{\partial}{\partial\langle x\rangle_t} D^{(1)}(\langle x\rangle_{\rm st}) = -V''(\langle x\rangle_{\rm st}). \tag{3.84}$$

Sie bifurkiert von den Maxima des Potentials ($\lambda > 0$) in dessen Minima ($\lambda < 0$). Demnach sind die Minima des Potentials $V(\langle x\rangle_t)$ stabile und die Maxima instabile stationäre Punkte von (3.79). Zwischen den Extrema ($D^{(1)}(\langle x\rangle_1) \neq 0$) ist die formale Lösung von (3.79):

$$\int\limits_{\langle x\rangle_{t,i}}^{\langle x\rangle_t} \frac{\mathrm{d}\langle x\rangle_t}{D^{(1)}(\langle x\rangle_t)} \equiv f(\langle x\rangle_t, \langle x\rangle_{t,i}) = t \tag{3.85}$$

$$\rightarrow \langle x\rangle_t = \mathfrak{f}^{-1}(\langle x\rangle_{t,i}; t) \quad \text{mit } \langle x\rangle_0 = \langle x\rangle_{0,i}. \tag{3.86}$$

Einsetzen von (3.85) in die Beziehung (3.80) der Varianz ergibt den Ansatz[123]

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}\langle x\rangle_t} = \frac{D^{(2)}(\langle x\rangle_t)}{D^{(1)}(\langle x\rangle_t)} + \frac{2\frac{\partial D^{(1)}(\langle x\rangle_t)}{\partial\langle x\rangle_t}}{D^{(1)}(\langle x\rangle_t)}\sigma(t)$$

mit der Lösung:

$$\begin{aligned}\sigma(t) &= \sigma(\langle x\rangle_t) \\ &= \sigma_0\left(\frac{D^{(1)}(\langle x\rangle_t)}{D^{(1)}(\langle x\rangle_0)}\right)^2 + (D^{(1)})^2(\langle x\rangle_t)\int\limits_{\langle x\rangle_0}^{\langle x\rangle_t} \frac{D^{(2)}(x)}{\frac{\partial^3}{\partial x^3}D^{(1)}(x)}\,\mathrm{d}x\,.\end{aligned} \tag{3.87}$$

Die Varianz divergiert demnach nur für solche Pfade nicht, die in nicht-stationären Punkten beginnen ($D^{(1)}(\langle x\rangle_0) \neq 0$).

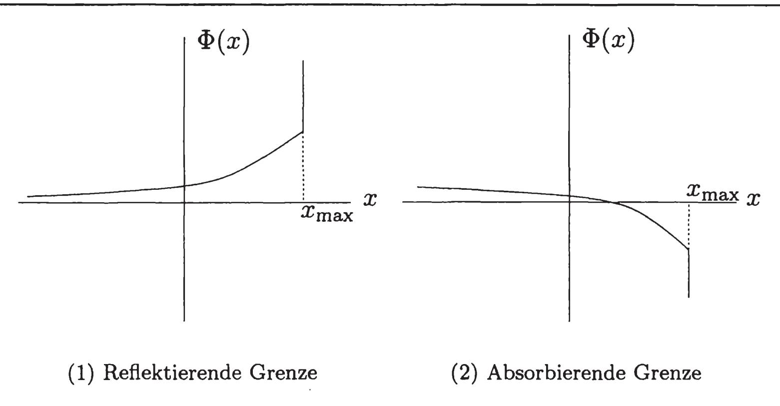
3.3.3 Nicht-stationäre Lösungen und Diffusionsverhalten

Die vorliegende Studie interessiert sich auch für die nicht stationären Lösungen der FP-Gleichung, weil sie die Veränderungen der Wahrscheinlichkeits-

[123] Substituieren von $\langle x\rangle_t$ für t und von $D^{(1)}(\langle x\rangle_t)(\mathrm{d}/(\mathrm{d}\,\langle x\rangle_t))$ für $\mathrm{d}/\mathrm{d}\,t$.



Abbildung 3.7 Grenzbedingungen



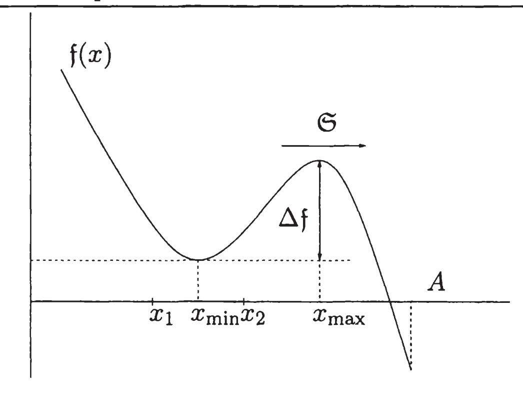
(1) Reflektierende Grenze (2) Absorbierende Grenze

dichte im Zeitablauf beschreiben und deshalb der geeignete Ansatzpunkt zur Analyse der Dynamik von Abwertungserwartungen der Devisenspekulanten sind. Die Herleitung nicht-stationärer Lösungen einer FP-Gleichung ist in der Regel mathematisch sehr anspruchsvoll[124] und soll daher nicht an dieser Stelle in allgemeiner Form, sondern erst in Kapitel 4 am konkreten Anwendungsfall erfolgen. Das in Anhang A.8 skizzierte Verfahren erlaubt zwar das Bestimmen etwaiger Lösungen der FP-Gleichung auf numerischem Wege, es ist aber in der mathematischen Darstellung sehr umfangreich und bietet im Zusammenhang mit der in der vorliegenden Studie zu behandelnden Thematik wenig Erkenntnisgewinn.

Für die Frage, wie sich das Imitationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer und die Noise-Händler auf den Eintritt spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime auswirken, ist der bereits in Abschnitt 3.3.1 angesprochene Einfluß des Diffusionsverhaltens eines stochastischen Prozesses, der die beiden genannten Aspekte abbildet, auf das Driftverhalten des Prozesses (Beziehungen(3.62, 3.59) maßgeblich. Zur Erörterung dieses Sachverhalts zeigt Abbildung 3.8 eine Potentialfunktion $\mathfrak{f}(x)$ des Prozesses. Er

[124] Algebraische Formen der nicht stationären Lösungen einer FP-Gleichung können nur in wenigen Sonderfällen bestimmt werden. Der Sachverhalt kann in der vorliegenden Studie nicht vertieft werden. Vgl. z.B. Risken (1996, S. 7).

Abbildung 3.8 Escape-Rate



möge in $x_{\min}$ einen stationären Punkt haben.[125] Der Punkt $x_{\max}$ entspricht dem lokalen Minimum zwischen den Maxima einer Dichtefunktion im Fall einer Bifurkation der Langevin-Gleichung des Prozesses. Der gegenwärtige Prozeßzustand soll im ungefähr durch die Punkte (x_1, x_2) begrenzten Attraktionsbereich des Minimums liegen. Um diesen in Richtung des Punktes A zu verlassen, muß eine sogenannte Potentialbarriere $\Delta\mathfrak{f}$ überwunden werden, was nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit gelingt. Im folgenden geht es darum, allgemeine Aussagen über die Höhe dieser Wahrscheinlichkeit zu machen und abzuschätzen, nach welcher Zeitspanne die Potentialbarriere durchschnittlich zum ersten Mal überwunden sein wird.

Dazu ist der Driftkoeffizient $D^{(2)}(x)$ in eine positive Konstante D zu überführen. Die zugehörige FP-Gleichung lautet:

[125] Streng genommen ist $x_{\min}$ ein lokales Minimum der den Prozeß beschreibenden Langevin-Gleichung hinsichtlich der Variablen x (im vorliegenden Zusammenhang auch metastabiler Zustand genannt), das nicht mit dem absoluten Minimum der Langevin-Gleichung zusammenfallen muß.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\mathfrak{f}'(x) + D\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)W = -\frac{\partial}{\partial x}\mathfrak{S}(x,t) \tag{3.88}$$

mit der Potentialfunktion

$$\mathfrak{f}(x) = -\int^{x} D^{(1)}(x')dx'. \tag{3.89}$$

Die Potentialbarriere $\Delta\mathfrak{f}$ soll im Verhältnis zur Diffusionskonstanten sehr groß sein.[126] In diesem Fall ist der Wahrscheinlichkeitsstrom $\mathfrak{S}$ über den Gipfel der Potentialbarriere im Bereich um x_{max} sehr klein. Die Veränderung der Wahrscheinlichkeitsdichte $W(x,t)$ in der Zeit ist mithin ebenfalls gering. Anders gesagt, im quasi stationären Zustand x_{max} ist der Wahrscheinlichkeitsstrom von der Realisation x des Zufallsprozesses nahezu unabhängig.[127] Mit dem Potential $\Phi = \mathfrak{f}(x)/D$ lautet die Beziehung für diesen Wahrscheinlichkeitsstrom:[128]

$$\mathfrak{S}(x,t) = -D^{(2)}(x)e^{-\Phi(x)}\frac{\partial}{\partial x}[e^{\Phi(x)}W(x,t)]. \tag{3.90}$$

Integrieren nach x in den Grenzen x_{min} und A ergibt:

$$D\left[e^{\mathfrak{f}(x_{\text{min}})/D}W(x_{\text{min}},t) - e^{\mathfrak{f}(A)/D}W(A,t)\right] = \mathfrak{S}\int_{x_{\text{min}}}^{A} e^{\mathfrak{f}(x)/D}\,\mathrm{d}x\,. \tag{3.91}$$

Ist im Punkt A die Wahrscheinlichkeitsdichte (nahezu) null, kann der Wahrscheinlichkeitsstrom mittels der Dichte im Punkt $x = x_{\text{min}}$ ausgedrückt werden:

$$\mathfrak{S} = \frac{De^{\mathfrak{f}(x_{\text{min}})/D}W(x_{\text{min}},t)}{\int_{x_{\text{min}}}^{A} e^{\mathfrak{f}(x)/D}\,\mathrm{d}x}. \tag{3.92}$$

[126] Nur unter dieser Annahme können analytische Lösungen der durchschnittlichen Übergangsrate bestimmt werden. Bei kleinen Verhältnissen $\Delta\mathfrak{f}/D$ sind allein numerische Methoden zielführend. Siehe Risken (1996, S. 122 ff.).

[127] Siehe Gleichung (3.71).

[128] Vgl. Anhang A.9.

Da $\Delta\mathfrak{f}$ annahmegemäß sehr hoch ist, beschreibt die in der Umgebung von $x_{\min}$ geltende stationäre Dichte näherungsweise die Dichte der gesuchten Verteilung.

$$W(x,t) = W(x_{\min},t)e^{-[\mathfrak{f}(x)-\mathfrak{f}(x_{\min})]/D} \tag{3.93}$$

Die Wahrscheinlichkeit p, daß der Prozeß einen Punkt in der Nähe von $x_{\min}$ einnimmt, ist also:

$$p = \int_{x_1}^{x_2} W(x,t)\ \mathrm{d}x\ = W(x_{\min},t)e^{\mathfrak{f}(x_{\min})/D} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\mathfrak{f}(x)/D}\ \mathrm{d}x\ . \tag{3.94}$$

Dabei müssen die x_1 und x_2 nicht näher bestimmt werden, weil für kleine D die Wahrscheinlichkeitsdichte (3.93) gering ist, sofern x deutlich von $x_{\min}$ abweicht.

In Verbindung mit der eben hergeleiteten Wahrscheinlichkeit, im Attraktionsbereich eines stationären Zustands zu verweilen, kann die Zeitspanne bestimmt werden, in der die Zufallsvariable $\zeta(t)$, vom Zeitpunkt $t = 0$ mit der Realisation $\zeta(0) = x'$ ausgehend, einen beliebig gewählten Wertebereich (x_1, x_2) durchschnittlich erstmals verläßt (mittlere Erstpassierzeit). Sind sowohl x_1 als auch x_2 absorbierende Grenzbedingungen des betrachteten Zufallsprozesses, gilt entweder $\zeta(T) = x_1$ oder $\zeta(T) = x_2$. Für den Fall, daß eine der Grenzen reflektiert, ist nur die andere, absorbierende Grenze zu betrachten. Die Erstpassierzeit ist demnach eine von den Realisationen des ζ-Prozesses bestimmte Zufallsvariable. Gesucht wird deshalb die Dichte $W(x,t|x',0)$, mit der die in $t = 0$ und $\zeta(0) = x'$ startende Zufallsvariable $\zeta(t)$ in einem beliebigen Zeitpunkt t die Realisation $x = x_1$ oder $x = x_2$ erreicht. Ab dem Zeitpunkt, an dem der Prozeß die Grenzbedingung erreicht, sind die nachfolgenden Realisationen nicht mehr zu betrachten, d.h. W ist von dort an gleich null. Realisationen zwischen x_1 und x_2 werden durch die FP-Gleichung (3.69, 3.70) beschrieben:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial W}{\partial t} = \mathbf{L}_{\mathrm{FP}}(x)W, \\ &\text{mit } \begin{cases} W(x,0|x',0) = \delta(x-x') & \text{für } x_1 < x < x_2 \\ W(x,t|x',0) = 0 & \text{für } x = x_1 \text{ oder } x = x_2. \end{cases} \end{aligned} \tag{3.95}$$

Die in (3.95) angegebenen Bedingungen unterstellen, daß x_1 und x_2 absorbierende Grenzen sind. Die Wahrscheinlichkeit, daß ausgehend vom Wert x' zum Zeitpunkt $t > 0$ keine der beiden Grenzen erreicht wird, beträgt:

$$p(x', t) = \int_{x_1}^{x_2} W(x, t|x', 0) \, \mathrm{d}x \; . \tag{3.96}$$

Daher ist die Wahrscheinlichkeit, daß im Zeitraum $(t, t + \mathrm{d}\tau)$ der ζ-Prozeß eine der beiden Grenzen erreicht

$$-dp(x', t) = -\int_{x_1}^{x_2} \dot{W}(x, t|x', 0) \, \mathrm{d}x \;\; \mathrm{d}t \; . \tag{3.97}$$

Die Verteilungsfunktion der Erstpassierzeit lautet deshalb:

$$w(x', T) = -\frac{\mathrm{d}P\,(x', T)}{\mathrm{d}T} = -\int_{x_1}^{x_2} \dot{W}(x, T|x', 0) \, \mathrm{d}x \; . \tag{3.98}$$

Die Momente der Erstpassierzeit sind[129]

$$T_n(x') = \int_0^{\infty} T^n w(x', t) \, \mathrm{d}T = \int_{x_1}^{x_2} p_n(x, x') \, \mathrm{d}x \; . \tag{3.99}$$

Darin ist $p_n(x, x')$ wie folgt definiert:

$$p_n(x, x') \equiv -\int_0^{\infty} T^n \dot{W}(x, T|x', 0) \, \mathrm{d}T \; . \tag{3.100}$$

Partielle Integration führt zum Zwischenergebnis:

$$p_n(x, x') = n \int_0^{\infty} T^{n-1} W(x, T|x', 0) \, \mathrm{d}T \;\; \text{mit } n \geq 1. \tag{3.101}$$

[129] Für das nullte Moment ergibt sich – annahmegemäß – die δ-Funktion: $p_0(x, x') = -\int_0^{\infty} \dot{W}(x, T|x', 0) \, \mathrm{d}T = W(x, 0|x', 0) = \delta(x - x')$.

Wird auf diese Beziehung der FP-Operator angewandt, ergibt sich daraus das folgende Differentialgleichungssystem:[130]

$$\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}(x)p_n(x,x') = -np_{n-1}(x,x') \quad \text{für } n \geq 1;$$

d.h.

$$\begin{aligned}\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}(x)p_1(x,x') &= -\delta(x-x')\\ \mathbf{L}_{\mathrm{FP}}(x)p_2(x,x') &= -2p_1(x,x')\\ \mathbf{L}_{\mathrm{FP}}(x)p_3(x,x') &= -3p_2(x,x')\end{aligned} \tag{3.102}$$

Mit der ersten Gleichung beginnend kann durch sukzessives Lösen $p_n(x,x')$ ermittelt werden. Dabei sind die unter (3.95) genannten Bedingungen zu beachten, d.h. es soll gelten: $p_n(x,x') = 0$ für $x = x_1$ und $x = x_2$. Die formale Lösung von (3.102) lautet:

$$p_n(x,x') = n![-\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}(x)]^{-n}\delta(x-x'). \tag{3.103}$$

3.4 Zwischenergebnis

Das gegenwärtige Kapitel erörtert die Grundlagen der Abbildung heterogener Erwartungen und eines endlichen Anlagehorizonts von Devisenmarktteilnehmern in einem analytischen Modell. Unter dieser Voraussetzung bestimmt die Dynamik des Angebots- und Nachfrageverhaltens der Marktteilnehmer auf mikroökonomischer Ebene das Devisenmarktgleichgewicht. Das monetäre Zahlungsbilanzmodell kann hingegen jederzeit ein Devisenmarktgleichgewicht unterstellen. Es ist zu vermuten, daß mit dem hier vorgeschlagenen Ansatz spekulative Attacken gegen einen festen Wechselkurs über das vom monetären Zahlungsbilanzmodell geleistete Maß hinaus erklärbar sind.

Abschnitt 3.1 erörtert die gegenwärtige Literatur zu den mikroökonomischen Grundlagen des Angebots- und Nachfrageverhaltens von Devisenmarktteilnehmern. Neben einer Unterstützung der in der vorliegenden Studie

[130]Unter Verwendung der Beziehungen (3.95) und (3.100). Die erste Gleichung des Systems (3.102) beschreibt die stationäre Dichte für den Fall, daß im Zustand x' eine Wahrscheinlichkeitsrate der Standardgröße (δ-Funktion) injiziert wird. (Integration der ersten Gleichung in den Grenzen $(x'-\varepsilon)$ bis $(x'+\varepsilon)$ ergibt: $\mathfrak{S}(x'+\varepsilon) - \mathfrak{S}(x'-\varepsilon) = 1$.)

vertretenen These heterogener Erwartungen und eines begrenzten Anlagehorizonts der Devisenmarktteilnehmer ergeben sich daraus auch Hinweise auf das weitere modelltechnische Vorgehen: Die Agenten richten ihr Verhalten vermutlich nicht nur nach den makroökonomischen Fundamentaldaten (hier Beharrungsverhalten genannt), sondern ebenfalls nach den Aktionen anderer Marktteilnehmer (Imitationsverhalten). Ferner scheint durch Noise- und Liquiditätshändler eine stochastische Komponente zu existieren.

Die Abschnitte 3.2 und 3.3 interpretieren das Beharrungs- und Imitationsverhalten sowie die auf Noise-Händler zurückgehenden Effekte als Zufallsprozeß.[131] Dabei zeigte sich, daß unter bestimmten Bedingungen dessen Diffusion starke Änderungen des Devisenmarktteilnehmerverhaltens bewirken könnte. Dies ist möglicherweise ein auslösendes Moment selbsterfüllender spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime. Das folgende Kapitel möchte die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieses Zufallsprozesses mit einer Fokker-Planck-Gleichung beschreiben und deren stationäre Lösung sowie nicht-stationäre Lösungen analysieren.

[131]Malliaris und Stein (1999) legen nahe, daß die Volatilität von Asset-Marktpreisen das Ergebnis eines dynamischen Systems höherer Ordnung mit stochastischer Grundlage ist.

Kapitel 4

Devisenhandel und Zahlungsbilanzkrisen

Das in Abschnitt 2.3.2 vorgestellte Standardmodell spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime beruht auf der Annahme eines gaußverteilten Erwartungsfehlers über einen Zahlungsbilanzschock. Damit folgt die Wahrscheinlichkeit $\Pr[R_{t+1}(\gamma_t) - \bar{R} < 0]$ eines Unterschreitens des kritischen Devisenreserveniveaus $\bar{R}$ ebenfalls einer Normalverteilung. Ziel des Standardmodells ist es, den Gleichgewichtswert der Abwertungswahrscheinlichkeit γ_t zu bestimmen, für den die Beziehung $\gamma_t = \Pr[R_{t+1}(\gamma_t) - \bar{R} < 0]$ erfüllt ist.[1] Die Aussagekraft des Modells ist begrenzt, weil diese Lösungen zum Teil mehrdeutig sind.

Abschnitt 3.1 kritisiert am eben skizzierten Vorgehen die Vernachlässigung der mikroökonomischen Dynamik des Angebots- und Nachfrageverhaltens der Devisenmarktteilnehmer, die auf der wahrscheinlich unzutreffenden Annahme von Devisenmarktteilnehmern mit homogenen Erwartungen und unendlichem Anlagehorizont beruht. Das vorliegende Kapitel will die Normalverteilung durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung ersetzen, die nach Maßgabe des Kapitels 3 das dynamische Beziehungsmuster der Devisenmarktteilnehmer unter den Annahmen heterogener Erwartungen und eines endlichen Anlagehorizonts abbildet (im folgenden als handelsbezogene Verteilung bezeichnet). Im Ergebnis soll die in Kapitel 2 gestellte Frage nach

[1] Vgl. (2.33).

einem adäquaten Analyserahmen für selbsterfüllende spekulative Attacken beantwortet werden.

Unpraktisch wäre es, wie in Kapitel 3 das Devisenmarktteilnehmerverhalten zunächst mit einer Langevin-Gleichung zu beschreiben und anschließend deren Fokker-Planck-Gleichung zu bestimmen. Vielmehr sollten Richtung beziehungsweise Stärke des Beharrungs- und Imitationsverhaltens gezielt zu variieren sein. Aus diesem Grund leitet Abschnitt 4.1 zunächst Übergangsraten eines Markov-Prozesses her, der analog zu Kapitel 3 Noise-Händler sowie Beharrungs- und Imitationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer beschreibt. Die Raten legen das Drift- und Diffusionsverhalten des Prozesses fest, welche wiederum über die Fokker-Planck-Gleichung das Studium der handelsbezogenen Wahrscheinlichkeitsverteilung erlauben.

Die Analyse des handelsbezogenen Zufallsprozesses hat folgende Aspekte zu berücksichtigen: Erstens ist die Wahrscheinlichkeitsmasse der Normalverteilung stets um deren Mittelwert konzentriert, während die handelsbezogene Verteilung zwei Maxima haben kann. Zweitens weicht der Mittelwert der handelsbezogenen Verteilung aus endogenen Gründen vom Wert null ab. Letzterer ist im Modell des Abschnitts 2.3.2 durch die Annahme rationaler Erwartungen vorgegeben. Analog richtet sich auch die Varianz der handelsbezogenen Verteilung nach endogenen Gesetzmäßigkeiten. Bei der Normalverteilung muß jedoch auf exogene Argumente zurückgegriffen werden.[2]

Die beiden genannten Aspekte erörtert hauptsächlich Abschnitt 4.2.1. Abschnitt 4.2.2 geht hingegen auf folgenden Zusammenhang ein: Im Gegensatz zur stationären Normalverteilung beschreibt die handelsbezogene Verteilung einen Diffusionsprozeß. Wie Kapitel 3 ausführlich darlegt, erlaubt letzterer (bei Gültigkeit der bislang getroffenen Annahmen) die Analyse von Variationen des Devisenmarktteilnehmerverhaltens, die nicht auf geänderten Fundamentaldaten beruhen und möglicherweise zu einer selbsterfüllenden spekulativen Attacke führen werden. Ferner besteht gegebenenfalls eine wechselseitige Abhängigkeit zwischen dem aktuellen Zustand des handelsbezogenen Zufallsprozesses sowie seinem Drift- und Diffusionsverhalten. Also könnten sich die Übergangsraten des handelsbezogenen Prozesses mit der

[2]Die willkürliche Vorgabe einer Varianz für die Normalverteilung steht im Widerspruch zu vielen empirischen Wechselkursanalysen, die sehr ausgefeilte Modelle zur Darstellung der Wechselkursvarianz entwickeln. Vgl. z.B. Gómez-Puig und Montalvo (1997).

Zeit ändern. Abschnitt 4.3 geht von diesem Szenario aus, während Abschnitt 4.2 zeitinvariante Übergangsraten unterstellt.

4.1 Handelsbezogenes Zahlungsbilanzkrisenmodell

Abschnitt 2.3.2 versucht, die Wahrscheinlichkeit γ_t zu bestimmen, mit der ein gegenwärtig fixierter Wechselkurs freigegeben und daraufhin abwerten wird. Sie entspricht unter den dort gegebenen Umständen der Wahrscheinlichkeit, daß der Devisenreservebestand R_{t+1} in der nächsten Periode das kritische Niveau $\bar{R}$ unterschreitet:

$$\gamma_t = \Pr_t[R_{t+1} - \bar{R} < 0]. \tag{4.1}$$

Dabei hängt der künftige Reservebestand R_{t+1} maßgeblich von der Höhe des künftigen Schocks G_{t+1} ab:[3]

$$R_{t+1} = G_{t+1} - (r^* + \gamma_t \delta)V + R_t. \tag{4.2}$$

Es besteht also ein Gleichgewicht, wenn folgende Beziehung erfüllt ist:

$$\gamma_t = W[a\gamma_t - E_t[b_{t+1}]], \tag{4.3}$$
$$\text{mit} \quad a \equiv \delta V \quad \text{und} \quad b_{t+1} \equiv G_{t+1} - r^* V + R_t - \bar{R}.$$

Abschnitt 2.3.2 unterstellt, der Erwartungsfehler $b_{t+1} - E_t(b_{t+1})$ sei mit der Varianz σ^2 gaußverteilt und im Mittel gleich null. Somit sind der bestimmende Faktor für die Wahrscheinlichkeit γ_t der künftigen Abwertung einer fixierten Währung zufällige Schwankungen von makroökonomischen Fundamentalvariablen, und die Wahrscheinlichkeitsverteilung W in (4.3) ist die Gaußfunktion.

Träfe aber die Hypothese des Kapitels 3 zu, wäre die Zahlungsbilanz der wechselkursfixierenden Volkswirtschaft über den sogenannten „asset swap" maßgeblich dem Beharrungs- und Imitationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer sowie Noise-Händlern unterworfen. Von anderen Einflüssen soll im folgenden abgesehen werden. Unter dieser Annahme ist W die bereits eingangs dieses Kapitels definierte handelsbezogene Verteilung. Das in Kapitel

[3]Wie in Abschnitt 2.3.2 definiert, bezeichnet V die Höhe der Verschuldung des wechselkursfixierenden Landes im Ausland, welche mit r^* zu verzinsen ist. Die Höhe δ der möglichen Abwertung ist konstant. Die übrigen angeführten Variablen sind ebenfalls Konstanten.

3 angewandte Modellierungsverfahren ist vermutlich für die im aktuellen Kapitel vorzunehmende Analyse weniger geeignet, weil das Zusammenspiel von Beharrungs- und Imitationsverhalten sowie Noise-Händlern im Differentialgleichungssystem (3.29) auf komplexe[4] Weise die Differentialgleichung des Ordnungsparameters prägt. Eine direkte Manipulation der das Devisenmarktteilnehmerverhalten bestimmenden Faktoren wäre hier aber wünschenswert. Dazu seien das Beziehungs- und Imitationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer als bestimmende Größen der Übergangsraten eines Generations-Rekombinations-Prozesses interpretiert. Auf dieser Grundlage ist es möglich, mit Hilfe von (3.67, 3.68) die Fokker-Planck-Koeffizienten des handelsbezogenen Wahrscheinlichkeitsprozesses zu bestimmen.

Der Devisenmarkt möge konstant[5] $2\mathfrak{M}$ Teilnehmer haben, von denen $\mathfrak{m}_-$ Agenten erwarten, daß der feste Wechselkurs künftig aufgegeben und abwerten wird. Umgekehrt gehen $\mathfrak{m}_+$ Agenten von der Beibehaltung des aktuellen Kurses aus.[6] Es gilt also:

$$\mathfrak{m}_+ + \mathfrak{m}_- = 2\mathfrak{M}. \tag{4.4}$$

Wie Abschnitt 3.1 ausführlich begründete, sind damit heterogene Erwartungen der Motor einer spekulativen Attacke. Aufgrund des Imitationsverhaltens könnte ein Teilnehmer der Gruppe (+) ein Mitglied der Gruppe (−) werden.[7] In umgekehrter Richtung sind ebenfalls Übertritte möglich. Analog zu Abschnitt 3.2 ließe sich also die Aufteilung der Marktteilnehmer auf die beiden Gruppen zum jeweiligen Zeitpunkt durch das Verhältnis

$$q \equiv \frac{\mathfrak{m}_- - \mathfrak{m}_+}{2\mathfrak{M}} \quad \Rightarrow -1 \leq q \leq +1 \tag{4.5}$$

beschreiben.

Sofern die bisherigen Ausführungen zum Devisenmarktteilnehmerverhalten zutreffen, beruhen Änderungen von q letztlich auf den Nutzenfunktio-

[4]Vgl. die Ausführungen zur Selbstorganisation in Abschnitt 3.2.2.

[5]Bei variabler Teilnehmerzahl sind keine qualitativ anderen Ergebnisse zu erwarten. Vgl. Abschnitt 3.3.1, Fußnote 113.

[6]Vgl. auch Abschnitt 3.2.2.

[7]In mit dem hier vorgestellten Modell vergleichbarer Weise wechseln bei Brock und Hommes (1997) Agenten mit heterogenen Erwartungen zwischen unterschiedlichen Prognosen und benutzen verschiedene Indikatorvariablen.

nen der Agenten. Wird angenommen, daß die grundlegenden Eigenschaften der Funktionen für alle Marktteilnehmer identisch sind, können mit den folgenden Überlegungen[8] zu ihrer mathematischen Form die Übergangsraten[9] des handelsbezogenen Zufallsprozesses hergeleitet werden. Dabei sind an die Nutzenfunktion $u(q)$ eines Teilnehmers der Gruppe $\mu \in \{-,+\}$ mehrere Bedingungen zu stellen.[10] Erstens sollte die Nutzendifferenz für zwei verschiedene Werte von q nicht vom Umfang $\mathfrak{m}_\mu$ der Gruppe abhängen. Dies stellt die Beziehung

$$\mathfrak{m}_\mu[u_\mu(q_\pm^{(\mu)}) - u_\mu(q)] \approx \pm\mathfrak{m}_\mu \frac{\partial u_\mu(q)}{\partial q_\mu}\Delta q_\mu = \pm\frac{\partial u_\mu}{\partial q_\mu} \tag{4.6}$$

sicher. Zweitens geht die kapitalmarkttheoretische Literatur üblicherweise von risikoaversen Agenten aus. Daher sollte bei wachsender Nutzendifferenz nur eine überproportional hohe Änderung von q zu einem Gruppenwechsel führen.[11] Dies gewährleistet ein exponentieller Funktionstyp.[12] Er stellt ferner sicher, daß beliebige Nutzendifferenzen positiv definit sind und die Übergangsraten des den Devisenhandel abbildenden Wahrscheinlichkeitsprozesses monoton von der Nutzendifferenz abhängen. Zusammenfassend könnten die Übergangsraten des handelsbezogenen Prozesses folgende Gestalt haben:

$$p_{-+} \equiv p(-|+) \approx \exp\left(\frac{\partial u(q)}{\partial q}\right); \tag{4.7}$$

$$p_{+-} \equiv p(+|-) \approx \exp\left(-\frac{\partial u(q)}{\partial q}\right). \tag{4.8}$$

Darin ist p_{-+} die Rate für den Übertritt eines Teilnehmers der Gruppe (+) in die Gruppe (−) und umgekehrt p_{+-} die Rate für den Übertritt eines Teilnehmers der Gruppe (−) ind die Gruppe (+).

[8]Siehe z.B. Aoki (1998, Kap. 5.5) für eine allgemeinere Vorgehensweise.

[9]Übergangsraten sind die auf eine (infinitesimale) Zeiteinheit bezogenen Wahrscheinlichkeiten eines Übertritts vom Zustand q_{n-1} in den Zustand q_n.

[10]Vgl. Weidlich (1990); Weidlich und Brenner (1990). Loistl (1994, S. 325 u. 334 ff.) argumentiert vergleichbar.

[11]Beispielsweise Kilian und Taylor (2001) vermuten, daß die Heterogenität von Erwartungen umso stärker abnimmt, je weiter der tatsächliche Wechselkurs von seinem Gleichgewichtswert abweicht.

[12]Vgl. dazu auch Calvo (1999); Carlson und Osler (1998); Grossman und Stiglitz (1980).

Das Nutzendifferential $\partial u(q)/\partial q$ ist dabei analog zu Abschnitt 3.2 zu fassen. Die Orientierung der Devisenmarktteilnehmer an den – im Fall einer selbsterfüllenden Attacke unveränderten makroökonomischen Fundamentaldaten – ist ein stabilisierendes Element des Verhaltens und wird im folgenden als Beharrungsverhalten bezeichnet. Demgegenüber steht das Anpassungsverhalten, also die Imitation der Handlungen anderer Marktteilnehmer. Theoretisch können diese beiden Nutzenbestandteile die Aktionen eines einzelnen Marktteilnehmers in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung beeinflussen und sich im Extremfall sogar gegenseitig aufheben. Es könnte z.B. gelten:

$$p_{-+} = \exp[\kappa_1 + \kappa_2 q]; \tag{4.9}$$

$$p_{+-} = \exp[-(\kappa_1 + \kappa_2 q)]. \tag{4.10}$$

Die Gewichtung von q mit einem konstanten Faktor κ_2 $(-\infty < \kappa_2 < \infty)$ erfaßt dabei das Anpassungsverhalten. Ein positives κ_2 erhöht die Wahrscheinlichkeit, daß ein Teilnehmer zur Mehrheitsmeinung wechselt. Entsprechend verringert sich die Wahrscheinlichkeit eines Übergangs bei negativem κ_2. Wie auch die nachstehenden Untersuchungen zeigen werden, synchronisiert der Anpassungsparameter κ_2 also das Teilnehmerverhalten. Sein Einfluß wächst mit steigendem Absolutwert von q oder mit dem Ausmaß, in dem die Wahrscheinlichkeitsmasse nicht mehr in einem bestimmten Marktzustand konzentriert ist. Dem Anpassungsverhalten steht ein von q unabhängiges Beharrungsverhalten gegenüber, welches hier eine Konstante κ_1 $(-\infty < \kappa_1 < \infty)$ messen soll, die im folgenden als Beharrungsparameter bezeichnet wird. Ein positiver Beharrungsparameter erhöht die Wahrscheinlichkeit, daß ein Marktteilnehmer vom Typ $(-)$ zum Typ $(+)$ wechselt. Das Gegenteil gilt für negative Werte.

Bis auf weiteres[13] wird unterstellt, daß die Parameter κ_1 und κ_2 im Zeitablauf konstant sind. Die gesuchten Übergangswahrscheinlichkeiten des handelsbezogenen Wahrscheinlichkeitsprozesses errechnen sich durch Gewichten

[13] Die Annahme wird in Abschnitt 4.3 teilweise aufgegeben.

der Übergangsraten mit der Verteilung der Marktteilnehmer auf die beiden Gruppen:

$$w_{-+}(q) = (1-q)p_{-+}(q) = (1-q)\exp[\kappa_1 + \kappa_2 q]; \tag{4.11}$$

$$w_{+-}(q) = (1+q)p_{+-}(q) = (1+q)\exp[-(\kappa_1 + \kappa_2 q)]. \tag{4.12}$$

Die Fokker-Planck-Koeffizienten des handelsbezogenen Zufallsprozesses lauten damit:

$$D^{(1)}(q) = w_{-+}(q) - w_{+-}(q)$$
$$= 2[\sinh(\kappa_1 + \kappa_2 q) - q\cosh(\kappa_1 + \kappa_2 q)]; \tag{4.13}$$

$$D^{(2)}(q) = w_{-+}(q) + w_{+-}(q)$$
$$= 2[\cosh(\kappa_1 + \kappa_2 q) - q\sinh(\kappa_1 + \kappa_2 q)]. \tag{4.14}$$

4.2 Zeitinvariante Verhaltensparameter

Dieser Abschnitt untersucht die Eigenschaften des Standardmodells, wenn anstelle der Normalverteilung die mit Hilfe von (4.11, 4.12) definierte handelsbezogene Verteilung verwendet wird. Zunächst erörtert Abschnitt 4.2.1 die stationäre Lösung der Fokker-Planck-Gleichung des handelsbezogenen Zufallsprozesses und vergleicht die Ergebnisse mit denen, die sich unter sonst gleichen Umständen mit einer Normalverteilung ergäben. Nicht mit der Normalverteilung vergleichbar sind die in Abschnitt 4.2.2 zu diskutierenden nicht-stationären Lösungen der Fokker-Planck-Gleichung. Sie beschreiben – unter der Annahme von Noise-Händlern sowie Agenten mit heterogenen Erwartungen und endlichem Anlagehorizont – die Änderung des Devisenmarktteilnehmerverhaltens im Zeitablauf und sind damit, wie ausführlich in Kapitel 3 erörtert, vermutlich ein wichtiger Bestandteil der in der vorliegenden Studie gesuchten Erklärung selbsterfüllender spekulativer Attacken.

4.2.1 Stationäre Verteilung

Die Eigenschaften der stationären Lösung der FP-Gleichung beschreibt maßgeblich die Potentialfunktion (3.79).[14] Sie lautet für die FP-Koeffizienten (4.13, 4.14) wie folgt:

$$V(q) = \frac{2}{\kappa_2^2}\left[\kappa_2 q \sinh(\kappa_1 + \kappa_2 q) - (1 + \kappa_2)\cosh(\kappa_1 + \kappa_2 q)\right] + \mathrm{c}. \quad (4.15)$$

Darin bezeichnet c die Integrationskonstante. Der Graph der Funktion (Abbildung 4.1) zeigt, daß der Umfang, in dem die Marktteilnehmer ihr Verhalten imitieren, darüber entscheidet, ob die in Abschnitt 3.2 erörterten dissipativen Strukturen auftreten. Unterhalb des kritischen Wertes des Anpassungsparameters ($\kappa_2 < 1$) hat die Potentialfunktion ein einziges Minimum. Es nimmt im kritischen Wert ($\kappa_2 = 1$) einen breiten Wertebereich ein, d.h. viele Zustände des betrachteten Zufallsprozesses sind gleich wahrscheinlich. Oberhalb des kritischen Wertes ($\kappa_2 > 1$) würde die Differentialgleichung des Ordnungsparameters eines zur hier besprochenen FP-Gleichung gehörenden stochastischen Differentialgleichungssystems bifurkieren.[15] Folglich dominiert bei superkritischem κ_2 das Anpassungsverhalten der Agenten ihr Beharrungsverhalten. Das Potential hat dann in q_- und q_+ zwei Minima. Wegen der Symmetrie von (4.15) gilt $|q_-| = |q_+|$.

Gleichwohl gibt es einen Schwellenwert[16] κ_{1c} des Beharrungsparameters, bei dessen Überschreiten die Potentialfunktion trotz des superkritischen Anpassungsverhaltens kein linkes Minimum mehr hat (Abbildung 4.1(2)). Wegen der Symmetrie von (4.15) gilt im Fall $\kappa_1 < -\kappa_{1c}$ Entsprechendes für das rechte Minimum. Ferner verschiebt ein positiver Beharrungsparameter das Minimum q_+ in die Richtung der rechten Grenze[17] $q = +1$ beziehungsweise ein negativer Beharrungsparameter das Minimum q_- in die Richtung der linken Grenze $q = -1$.

Die Abbildungen 4.2(1) und 4.2(2) bestätigen, daß bei subkritischem κ_2 das Beharrungsverhalten der Devisenmarktteilnehmer ihr Anpassungs-

[14] Vgl. dazu auch ausführlich Abschnitt 3.3.2.
[15] Vgl. ausführlich Abschnitt 3.2.
[16] Dieser Wert von κ_1 ist die Lösung der Beziehung: $\cosh^2[\kappa_{1c} - \sqrt{\kappa_2(\kappa_2 - 1)}] = \kappa_2$.
[17] Vgl. zur Grenzbedingung Abschnitt 3.3.2.

verhalten dominiert. Im Fall $\kappa_1 = 0$ ist eine gleichmäßige Aufteilung der Marktteilnehmer auf die Gruppen $\mathfrak{m}_-$ und $\mathfrak{m}_+$ die wahrscheinlichste Konstellation. Dagegen verschiebt schon ein geringfügig positiver Beharrungstrend ($\kappa_1 = 0.01$) den Mittelwert der handelsbezogenen Dichtefunktion deutlich in die Richtung des Vorzeichens von κ_1.[18]

Abbildung 4.2(2) zeigt ebenfalls, daß die Erhöhung des Beharrungsparameters von $\kappa_1 = 0.0$ auf $\kappa_1 = 0.01$ die Varianz der handelsbezogenen Dichtefunktion bei subkritischem Anpassungsverhalten kaum ändert.[19] Der Vergleich zwischen den Varianzen der Normalverteilung und der handelsbezogenen Verteilung (Abbildung 4.2(1)) zeigt, daß letztere dem in Abschnitt 3.1 erwähnten empirischen Phänomen der „fat tails" Rechnung trägt: Weit vom Mittelwert entfernte Zustände haben eine höhere Eintrittswahrscheinlichkeit als bei der Normalverteilung.

Bei kritischem Anpassungsverhalten ($\kappa_2 = \kappa_{2c} = 1$) ist das Maximum der handelsbezogenen Verteilung über eine hohe Zahl von q-Werten verteilt (Abbildung 4.2(3)). Mit anderen Worten, eine Vielzahl von Zuständen des als Zufallsprozeß aufgefaßten Devisenhandels ist (nahezu) gleich wahrscheinlich, weil die Bereitschaft der Marktteilnehmer zur Imitation im Vergleich zum eben geschilderten Fall eines subkritischen Anpassungsparameters hinreichend groß ist. Dadurch erhöht sich die Bandbreite ihres Verhaltens. Das Anpassungsverhalten ist aber zu gering, um zwei bestimmte, deutlich voneinander zu trennende Verhaltensweisen kollektiv zu stabilisieren. Dieser Fall tritt erst bei superkritischem Imitationsparameter auf. Darin unterscheidet sich die handelsbezogene Verteilung von der Normalverteilung. Letztere hat ihr Maximum stets in einem einzigen Punkt. Die Varianz der handelsbezo-

[18]Bei der in Abbildung 4.2 unterstellten Größenordnung $\mathfrak{M} = 25$ errechnet sich für $\kappa_1 = 0$ ein Mittelwert von null und für $\kappa_1 = 0.01$ ein Mittelwert von ungefähr 0.02. Das Ausmaß der Verschiebung des Maximums der stationären Lösung der FP-Gleichung hängt bei gegebenem κ_1 vom Wert des Anpassungsparameters ab. So liegt das Maximum der handelsbezogenen Dichtefunktion z.B. für $\kappa_2 = 0.3$ bei ungefähr 0.015 und für $\kappa_2 = 0.8$ bei ungefähr 0.055. Wesentlich deutlicher ist die Verschiebung in der Umgebung des kritischen Wertes von κ_2: Für $\kappa_2 = 0.9$ liegt das Maximum ungefähr bei 0.12 und für $\kappa_2 = 1.0$ bei ungefähr 0.37.

[19]Mit den Parameterwerten $\kappa_2 = 0.5$ und $\mathfrak{M} = 25$ errechnet sich für $\kappa_1 = 0.01$ eine Varianz von ca. 0.0384995, für $\kappa_1 = 0.2$ eine Varianz von ca. 0.0304 und für $\kappa_1 = 0.0$ eine Varianz von ca. 0.03853. Bei kritischem oder überkritischem Anpassungsparameter ändert sich die Varianz hingegen deutlich.

genen Verteilung ist bei kritschem Anpassungsparameter deutlich höher als bei subkritischem Anpassungsparameter.[20]

Abbildung 4.2(4) zeigt, daß bei kritischem Anpassungsverhalten ein geringfügiges Beharrungsverhalten das Maximum der handelsbezogenen Dichtefunktion weiter als im subkritischen Fall verschiebt.[21] Ebenso ändert sich ihr Mittelwert deutlicher.[22] Besonders auffällig ist die unterschiedliche Lage des Maximums der Dichtefunktion der Normalverteilung und handelsbezogener Dichtefunktion (Abbildung 4.2(5)). Dabei fallen bei der Normalverteilung Mittelwert und Maximum stets zusammen, was für die handelsbezogene Verteilung mit von null verschiedenem Beharrungsparameter nicht gilt. Das wahrscheinlichste Marktteilnehmerverhalten (Modalwert) kann also vom durchschnittlichen Verhalten deutlich abweichen.[23]

[20] Mit den Parameterwerten $\kappa_2 = 1$ und $\mathfrak{M} = 25$ errechnet sich für $\kappa_1 = 0$ eine Varianz von ca. 0.1604 und für $\kappa_1 = 0.01$ eine Varianz von ca. 0.1574. Vgl. die entsprechenden Werte für $\kappa_2 = 0.5$ in Fußnote 19.

[21] Das Maximum der stationären Lösung liegt für $\kappa_2 = 1.0$ und $\kappa_1 = 0.01$ bei ungefähr 0.37, aber für $\kappa_2 = 0.5$ und $\kappa_1 = 0.01$ bei ungefähr 0.02.

[22] Mit den Parameterwerten $\kappa_2 = 1$ und $\mathfrak{M} = 25$ errechnet sich für $\kappa_1 = 0.01$ ein Mittelwert von ca. 0.08. Vgl. die entsprechenden Werte für $\kappa_2 = 0.5$ in Fußnote 18.

[23] Diese Eigenschaft beruht auf dem bereits in Abschnitt 3.3 angesprochenen Unterschied zwischen einem additiven und einem (im vorliegenden Kapitel analysierten) multiplikativen Zufallsprozeß. Die in einer Stichprobe des Zufallsprozesses am wahrscheinlichsten beobachteten Werte ζ_0 sind die Maxima der Steady-State-Dichte. Letztere lautet für einen beliebigen multiplikativen Zufallsprozeß (vgl. 3.57):

$$W_{st} = g^{-1}(\zeta) \exp\left(\frac{2}{C} \int^{\zeta} \frac{\mathfrak{M}(\zeta')}{g^2(\zeta')}\, d\zeta' \right).$$

Aus den Bedingungen $dW/d\zeta|_{\zeta=\zeta_0} = 0$ und $d^2W/d\zeta^2|_{\zeta=\zeta_0} < 0$ ergibt sich als notwendige Bedingung:

$$\mathfrak{M}(\zeta_0) - \frac{C}{2}\frac{d}{d\zeta} g^2(\zeta_0)\Big|_{\zeta=\zeta_0} = 0.$$

Bei einem multiplikativen Prozeß hängt das Maximum der Steady-State-Dichte also von der Stärke C der Fluktuationen ab. Beim additiven Prozeß fallen hingegen das Maximum der Verteilung und der Steady-State-Wert des korrespondierenden deterministischen Problems zusammen. Damit ändern sich die Eigenschaften des zur FP-Gleichung eines multiplikativen Prozesses stochastisch äquivalenten Differentialgleichungssystems mit der Stärke der Fluktuationen auch in qualitativer Hinsicht. Die in Abschnitt 3.2 vorgestellte Perlokationsschwelle könnte also bereits durch eine Änderung der Fluktuationsstärke überschritten werden. Vgl. dazu auch beispielsweise Schenzle und Brand (1979).

Diese Eigenschaft der handelsbezogenen Dichtefunktion ist allerdings kein Spezifikum des kritischen Anpassungsverhaltens. Vielmehr verdeutlicht sie, daß das Imitationsverhalten das Devisenmarktgeschehen auch dämpfend beeinflussen kann.Die Tabellen 4.1 bis 4.4 zeigen, daß sich auch bei subkritischem Imitationsparameter der Modalwert womöglich vom Mittelwert unterscheidet. Dabei ist der Unterschied grundsätzlich umso größer, je näher der Anpassungsparameter an seinem kritischen Wert ist. Die Differenz zwischen arithmetischem Mittel und Modalwert nimmt aber mit zunehmendem Beharrungsverhalten ab. Je ausgeprägter also eine bestimmte Erwartungsrichtung ist, desto näher liegt die wahrscheinlichste Realisation des handelsbezogenen Prozesses am Mittelwert. Ferner ist zu beachten, daß die Differenz zwischen Modalwert und arithmetischem Mittel umso geringer ist, je höher die Zahl $\mathfrak{M}$ der Marktteilnehmer ist.

Überschreitet κ_2 den kritischen Wert ($\kappa_2 > 1$), hat die stationäre Dichte zwei Maxima, und die Wahrscheinlichkeitsmasse konzentriert sich um die Extrema q_- und q_+ (Abbildung 4.3(1)).[24] Hier wirkt das Imitationsverhalten so stabilisierend, daß ein Wechsel der Teilnehmer zwischen den Gruppen sehr unwahrscheinlich ist. Dies bewirkt, daß bei positivem Beharrungsparameter die um das Maximum q_+ konzentrierte Wahrscheinlichkeitsmasse größer ist als die um das Maximum q_- konzentrierte Masse.[25] Damit tritt am wahrscheinlichsten Zustand q_+ ein. Sollte der Devisenmarkt gegenwärtig einen Zustand im Attraktionsbereich von q_- eingenommen haben, wird mitnichten der Zustand q_+ angestrebt, obwohl die im Vergleich zu q_+ geringere Wahrscheinlichkeitsmasse um q_- nahelegt, dies zu vermuten. Dieser Umstand kann aber erst im Zusammenhang mit den nicht-stationären Lösungen der Fokker-Planck-Gleichung in Abschnitt 4.2.2 eingehend behandelt werden.

Handelsbezogene Verteilung und Normalverteilung unterscheiden sich auch hinsichtlich ihrer Ränder. Die „fat tails“[26] der handelsbezogenen Ver-

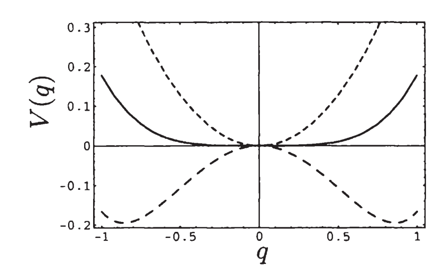
[24] Auf die Hintergründe des Entstehens der zwei Gipfel geht Abschnitt 3.2 ausführlich ein.

[25] Umgekehrtes gilt bei einem negativen Beharrungstrend. Ein weiteres Beispiel für die Eigenschaft des Imitationsverhaltens, einen bestimmten Devisenmarktzustand zu stabilisieren, gibt Abschnitt 4.3.

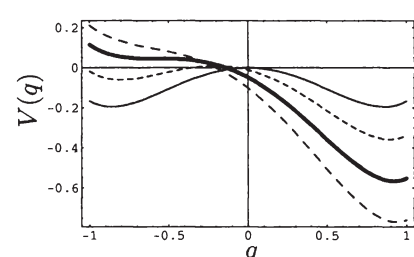
[26] Vgl. Abschnitt 3.1 zur Bedeutung von „fat tails“ in empirischen Untersuchungen zu Asset-Preisen.

teilung bedeuten, daß in Stichproben häufiger als bei der Normalverteilung Realisationen an den Rändern zu beobachten sind. Dadurch treten multiple Gleichgewichte bei der handelsbezogenen Verteilung (Abbildung 4.4) für gegebene V und Varianz erst bei deutlich höheren Werten von $E[b_{t+1}]$ auf als bei der Normalverteilung (Abbildung 2.5). Ebenso führt bei superkritischem Anpassungsparameter die zweigipflige Form der handelsbezogene Dichtefunktion zu zwei disinkten Bereichen multipler Gleichgewichte, die sich erst bei höheren Werten von $E[b_{t+1}]$ vereinen (Abbildungen 4.4(4) und 4.4(5)).

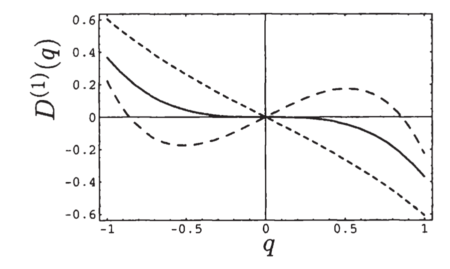
Abbildung 4.1 Potentialfunktion und Driftkoeffizient



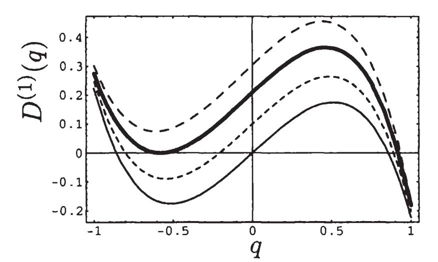
(1) Potentialfunktion bei Variation des Anpassungsparameters



(2) Potentialfunktion bei Variation des Beharrungsparameters und bei kritischem Anpassungsverhalten



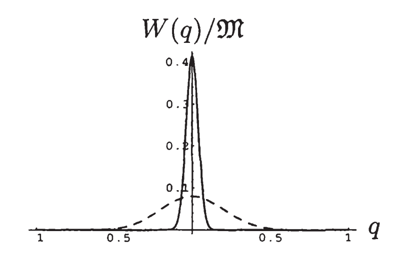
(3) Driftkoeffizient bei Variation des Anpassungsparameters



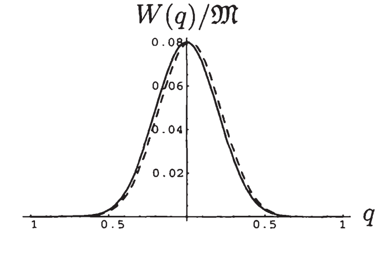
(4) Driftkoeffizient bei Variation des Beharrungsparameters und bei kritischem Anpassungsverhalten

Es gelten folgende Daten:
Abbildungen 4.1(1) und 4.1(3): $\kappa_1 = 0$; $\kappa_2 = 0.5$ ($\cdots$), $\kappa_2 = 1.0$ (–), $\kappa_2 = 1.5$ (- -).
Abbildung 4.1(2) und 4.1(4): $\kappa_1 = 0.0$ (–), $\kappa_1 = 0.1$ ($\cdots$), $\kappa_1 \doteq 0.208$ (kritischer Wert) (**–**), $\kappa_1 = 0.3$ (- -); $\kappa_2 = 1.5$.

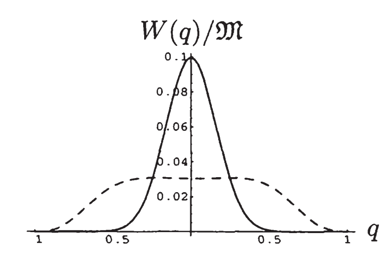
Abbildung 4.2 Dichtefunktionen



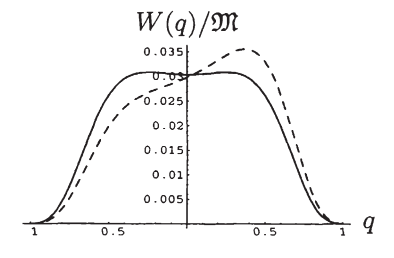
(1) Normalvert. vs. handelsbez. Vert. für $\kappa_2 < \kappa_{2c}$ und $\kappa_1 = 0$



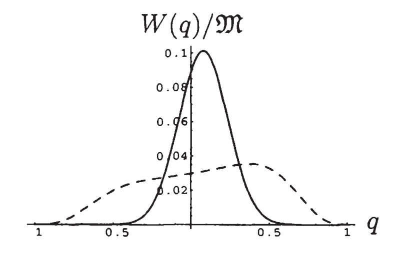
(2) Handelsbez. Vert. für $\kappa_2 < \kappa_{2c}$ und verschiedene κ_1



(3) Normalvert. vs. handelsbez. Vert. für $\kappa_2 = \kappa_{2c}$ und $\kappa_1 = 0$



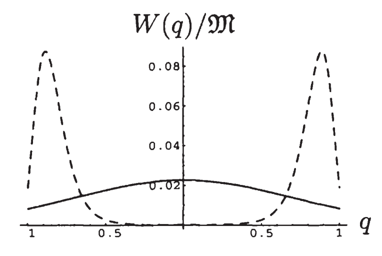
(4) Handelsbez. Vert. für $\kappa_2 = \kappa_{2c}$ und verschiedene κ_1



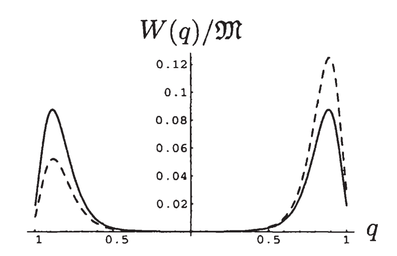
(5) Normalvert. vs. handelsbez. Vert. für $\kappa_2 = \kappa_{2c}$ und $\kappa_1 = 0.01$

Es gelten folgende Daten:
Abbildung 4.2(1): Normalverteilung (–) mit $\mu = 0$ und $\sigma^2 \doteq 0.0385$. Handelsbezogene Verteilung (- -) mit $\kappa_1 = 0$, $\kappa_2 = 0.5$ und $\mathfrak{M} = 25$.
Abbildung 4.2(2): $\kappa_1 = 0.0$ und $\kappa_2 = 0.5$ für (–). $\kappa_1 = 0.01$ und $\kappa_2 = 0.5$ für (- -).
Handelsbezogene Verteilung (- -) mit: $\kappa_1 = 0$, $\kappa_2 = 1.0$ und $\mathfrak{M} = 25$.
Abbildung 4.2(3): Normalverteilung (–) mit $\mu = 0$, $\sigma^2 \doteq 0.1604$. Handelsbezogene Verteilung (- -) mit: $\kappa_1 = 0$, $\kappa_2 = 1.0$, $\mathfrak{M} = 25$.
Abbildung 4.2(4): $\kappa_1 = 0.0$, $\kappa_2 = 1.0$ für (–). $\kappa_1 = 0.01$, $\kappa_2 = 1.0$ für (- -).
Abbildung 4.2(5): Normalverteilung (–) mit $\mu = 0.0797616$, $\sigma^2 \doteq 0.157375$. Handelsbezogene Verteilung (- -) mit: $\kappa_1 = 0.01$, $\kappa_2 = 1.0$, $\mathfrak{M} = 25$.

Abbildung 4.3 Dichtefunktionen



(1) Normalvert. vs. handelsbez. Vert. für $\kappa_2 > \kappa_{2c}$



(2) Handelsbez. Vert. für $\kappa_2 > \kappa_{2c}$ und verschiedene κ_1

Es gelten folgende Daten:
Abbildung 4.3(1): Normalverteilung (–) mit $\mu = 0$, $\sigma^2 \doteq 0.703$. Handelsbezogene Verteilung (- -) mit: $\kappa_1 = 0$, $\kappa_2 = 1.5$, $\mathfrak{M} = 25$.
Abbildung 4.3(2): $\kappa_1 = 0.0$, $\kappa_2 = 1.5$ für (–). $\kappa_1 = 0.01$, $\kappa_2 = 1.5$ für (- -).

Tabelle 4.1 $\mathfrak{M} = 25$, $\kappa_1 \in [0; 1]$

κ_2	κ_1	$\langle q \rangle$	W_{max}	Var.	κ_2	κ_1	$\langle q \rangle$	W_{max}	Var.
	0.0	0.00	0.00	0.1604		0.0	0.00	0.00	0.0589
	0.2	0.70	0.76	0.0212		0.2	0.48	0.52	0.0328
1.0	0.4	0.84	0.87	0.0083	0.7	0.4	0.71	0.74	0.0154
	0.6	0.90	0.93	0.0043		0.6	0.82	0.85	0.0082
	0.8	0.93	0.96	0.0025		0.8	0.88	0.90	0.0047
	1.0	0.95	0.98	0.0015		1.0	0.92	0.94	0.0028
	0.0	0.00	0.00	0.1084		0.0	0.00	0.00	0.0468
	0.2	0.63	0.69	0.0268		0.2	0.41	0.44	0.0323
0.9	0.4	0.80	0.83	0.0106	0.6	0.4	0.65	0.66	0.0174
	0.6	0.88	0.91	0.0054		0.6	0.78	0.81	0.0098
	0.8	0.92	0.95	0.0031		0.8	0.86	0.89	0.0057
	1.0	0.94	0.97	0.0018		1.0	0.91	0.93	0.0034
	0.0	0.00	0.00	0.0777		0.0	0.00	0.00	0.0385
	0.2	0.55	0.61	0.0310		0.2	0.36	0.34	0.0304
0.8	0.4	0.76	0.79	0.0123	0.5	0.4	0.60	0.62	0.0188
	0.6	0.85	0.88	0.0068		0.6	0.75	0.77	0.0113
	0.8	0.90	0.93	0.0038		0.8	0.83	0.86	0.0069
	1.0	0.93	0.96	0.0023		1.0	0.90	0.92	0.0042

Ferner wird eine Teilnehmerzahl $\mathfrak{M} = 25$ unterstellt. Alle angegebenen Werte für $\langle q \rangle$, W_{max} und die Varianz sind gerundet.

Tabelle 4.2 $\mathfrak{M} = 25$, $\kappa_1 \in [0; 0.1]$

κ_2	κ_1	$\langle q \rangle$	W_{max}	Var.	κ_2	κ_1	$\langle q \rangle$	W_{max}	Var.
	0.00	0.00	0.00	0.1604		0.00	0.00	0.00	0.0889
	0.02	0.16	0.43	0.1488		0.02	0.06	0.07	0.0584
1.0	0.04	0.29	0.51	0.1216	0.7	0.04	0.12	0.14	0.0569
	0.06	0.40	0.57	0.0925		0.06	0.17	0.20	0.0547
	0.08	0.48	0.61	0.0691		0.08	0.23	0.26	0.0519
	0.10	0.54	0.65	0.0527		0.10	0.28	0.32	0.0487
	0.00	0.00	0.00	0.1084		0.00	0.00	0.00	0.0468
	0.02	0.11	0.21	0.1047		0.02	0.05	0.05	0.0466
0.9	0.04	0.21	0.34	0.0948	0.6	0.04	0.09	0.10	0.0460
	0.06	0.30	0.42	0.0820		0.06	0.14	0.15	0.0449
	0.08	0.37	0.48	0.0691		0.08	0.18	0.20	0.0435
	0.10	0.43	0.53	0.0577		0.10	0.23	0.25	0.0419
	0.00	0.00	0.00	0.0777		0.00	0.00	0.00	0.0385
	0.02	0.08	0.11	0.0764		0.02	0.04	0.04	0.0384
0.8	0.04	0.15	0.21	0.0675	0.5	0.04	0.08	0.08	0.0381
	0.06	0.22	0.29	0.0675		0.06	0.11	0.12	0.0386
	0.08	0.29	0.36	0.0613		0.08	0.15	0.16	0.0369
	0.10	0.34	0.42	0.0550		0.10	0.16	0.20	0.0361

Ferner wird eine Teilnehmerzahl $\mathfrak{M} = 25$ unterstellt. Alle angegebenen Werte für $\langle q \rangle$, W_{max} und die Varianz sind gerundet.

Tabelle 4.3 $\mathfrak{M} = 100$, $\kappa_1 \in [0; 1]$

κ_2	κ_1	⟨q⟩	W_{max}	Var.	κ_2	κ_1	⟨q⟩	W_{max}	Var.
	0.0	0.00	0.00	0.0815		0.0	0.00	0.00	0.0161
	0.2	0.72	0.73	0.0046		0.2	0.50	0.51	0.0080
1.0	0.4	0.85	0.85	0.0020	0.7	0.4	0.71	0.72	0.0037
	0.6	0.91	0.91	0.0011		0.6	0.83	0.83	0.0020
	0.8	0.94	0.96	0.0007		0.8	0.89	0.89	0.0012
	1.0	0.96	0.97	0.0004		1.0	0.93	0.93	0.0008
	0.0	0.00	0.00	0.0381		0.0	0.00	0.00	0.0123
	0.2	0.65	0.66	0.0059		0.2	0.42	0.43	0.0080
0.9	0.4	0.81	0.82	0.0025	0.6	0.4	0.66	0.67	0.0042
	0.6	0.88	0.89	0.0014		0.6	0.79	0.79	0.0024
	0.8	0.96	0.93	0.0008		0.8	0.87	0.87	0.0015
	1.0	0.95	0.96	0.0005		1.0	0.91	0.92	0.0009
	0.0	0.00	0.00	0.0230		0.0	0.00	0.00	0.0100
	0.2	0.58	0.59	0.0072		0.2	0.36	0.36	0.0076
0.8	0.4	0.76	0.77	0.0031	0.5	0.4	0.60	0.61	0.0046
	0.6	0.86	0.86	0.0017		0.6	0.45	0.76	0.0028
	0.8	0.91	0.92	0.0010		0.8	0.83	0.84	0.0017
	1.0	0.94	0.95	0.0006		1.0	0.89	0.90	0.0011

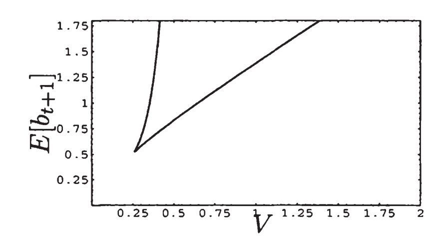
Ferner wird eine Teilnehmerzahl $\mathfrak{M} = 100$ unterstellt. Alle angegebenen Werte für $\langle q \rangle$, W_{max} und die Varianz sind gerundet.

Tabelle 4.4 $\mathfrak{M} = 100$, $\kappa_1 \in [0; 0.1]$

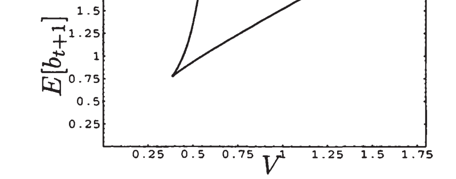
κ_2	κ_1	$\langle q \rangle$	W_{max}	Var.	κ_2	κ_1	$\langle q \rangle$	W_{max}	Var.
1.0	0.00	0.00	0.00	0.0815	0.7	0.00	0.00	0.00	0.0161
	0.02	0.28	0.39	0.0511		0.02	0.06	0.07	0.0159
	0.04	0.42	0.48	0.0252		0.04	0.13	0.13	0.0153
	0.06	0.50	0.54	0.0158		0.06	0.19	0.19	0.0145
	0.08	0.56	0.58	0.0116		0.08	0.24	0.25	0.0135
	0.10	0.60	0.62	0.0093		0.10	0.29	0.31	0.0125
0.9	0.00	0.00	0.00	0.0381	0.6	0.00	0.00	0.00	0.0123
	0.02	0.15	0.19	0.0342		0.02	0.05	0.05	0.0122
	0.04	0.27	0.31	0.0264		0.04	0.10	0.10	0.0200
	0.06	0.36	0.40	0.0199		0.06	0.14	0.15	0.0117
	0.08	0.43	0.46	0.0154		0.08	0.19	0.20	0.0113
	0.10	0.48	0.51	0.0124		0.10	0.23	0.24	0.0108
0.8	0.00	0.00	0.00	0.0230	0.5	0.00	0.00	0.00	0.00990
	0.02	0.09	0.10	0.0222		0.02	0.04	0.04	0.00987
	0.04	0.18	0.19	0.0204		0.04	0.08	0.08	0.00978
	0.06	0.25	0.27	0.0180		0.06	0.12	0.12	0.00964
	0.08	0.32	0.34	0.0156		0.08	0.16	0.16	0.00944
	0.10	0.38	0.40	0.0135		0.10	0.19	0.20	0.00920

Ferner wird eine Teilnehmerzahl $\mathfrak{M} = 100$ unterstellt. Alle angegebenen Werte für $\langle q \rangle$, W_{max} und die Varianz sind gerundet.

Abbildung 4.4 Multiple Gleichgewichte der handelsbezogenen Verteilung

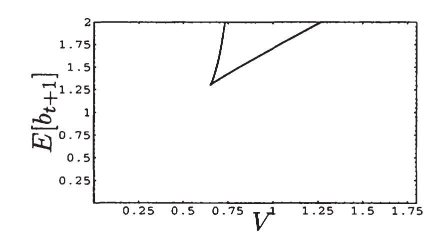


(1) $\kappa_2 = 0.5 \rightarrow$ var. $\doteq 0.0385$

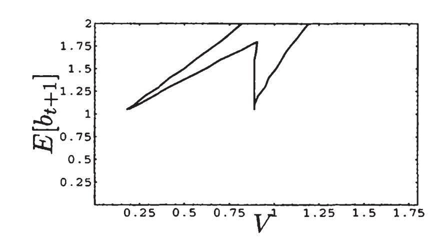




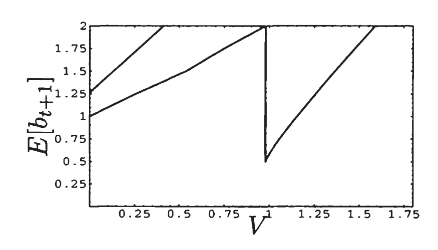
(2) $\kappa_2 = 0.8 \rightarrow$ var. $\doteq 0.0777$



(3) $\kappa_2 = 1.0 \rightarrow$ var. $\doteq 0.1604$



(4) $\kappa_2 = 1.2 \rightarrow$ var. $\doteq 0.3674$



(5) $\kappa_2 = 1.5 \rightarrow$ var. $\doteq 0.7028$

Ferner gelten folgende Daten: $\mathfrak{M} = 25$.

4.2.2 Entwicklung in den stationären Zustand

Der vorliegende Abschnitt[27] untersucht die nicht-stationären Lösungen der in Abschnitt 4.1 formulierten FP-Gleichung. Sie beschreiben die Änderung der Erwartungen von Marktteilnehmern über die künftige Aufgabe und Abwertung des Wechselkurses im Zeitablauf. Konkret soll eine einmalige Erhöhung des Anpassungsparameters vom subkritischen in den superkritischen Bereich analysiert werden. Wie der vorstehende Abschnitt zeigt, wechselt dadurch die stationäre Verteilung von einer eingipfligen in eine zweigipflige Form.

Zwischen den stationären Zuständen erfolgt ein Anpassungsvorgang, der aus drei kontinuierlich ineinander übergehenden Phasen besteht. Zunächst führt der neue Anpassungsparameter κ_2 zu einer Änderung der Potentialfunktion. Dadurch wird der Modalwert der anfangs geltenden eingipfligen Verteilung ein instabiler Punkt, und die Fluktuation der Marktteilnehmer zwischen den Gruppen (+) und (−) erhöht sich. Dieser Vorgang geht in eine vom Driftkoeffizienten dominierte Periode über, an deren Ende eine zweigipflige, asymmetrische Verteilung steht. Sie entwickelt sich abschließend in einem fluktuationsdominierten Prozeß zur neuen, zweigipfligen und symmetrischen stationären Verteilung.

Bei im folgenden als konstant angenommenen Werten $E[b_{t+1}] = 0.15$ und $V = 0.1$ implizieren im Ausgangsfall $\kappa_1|_{t=0} = 0.15$ und $\kappa_2|_{t=0} = 0.5$ eine niedrige gleichgewichtige Abwertungswahrscheinlichkeit ($\gamma \doteq 0.026$, Abbildung 4.5(1)). Sie ist bei stationärer Betrachtung nach erfolgter Änderung des Anpassungsparameters ($\kappa_2|_{t>0} = 1.5$) und des Beharrungsparameters ($\kappa_1|_{t>0} = 0$) deutlich höher ($\gamma \doteq 0.5$, Abbildung 4.5(4)), was als Währungskrise interpretiert werden kann. Die Änderung von Beharrungs- und Anpassungsparameter bedeutet für die Potentialfunktion der FP-Gleichung, daß der zuvor stabile Wert x_{extr} (Abbildung 4.6(1)) instabil wird, da er nun nicht mehr im Minimum der alten Potentialfunktion sondern in der Nähe des Maximums q_0 der neuen Potentialfunktion (Abbildung 4.6(2)) liegt.[28]

---

[27]Die angeführten mathematischen Beziehungen wurden weitgehend Weidlich und Haag (1983) entnommen.

[28]Es sei daran erinnert,daß die Wahrscheinlichkeitsdichte in den Minima ihrer Potentialfunktion Maxima hat.

In q_0 gelten $D^{(1)} = 0$ und $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q}D^{(1)} \doteq 0.5 > 0$. Daher wird der Einfluß des Driftkoeffizienten auf die Varianz der handelsbezogenene Verteilung zu Beginn des Anpassungsprozeses gering sein, wie die Lösung

$$\sigma(t) = \exp\left(2t\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q}D^{(1)}(q_0)\right)\sigma(0) - \frac{D^{(2)}(q_0)}{2\mathfrak{M}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q}D^{(1)}(q_0)} \tag{4.16}$$

der Gleichung[29]

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}t} = 2\sigma(t)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q}D^{(1)}(q_0) + \frac{1}{\mathfrak{M}}D^{(2)}(q_0) \tag{4.17}$$

zeigt (Abbildung 4.8(1)). Sie steigt im Zeitverlauf exponentiell an und ihre Größenordnung erhöht sich von $\mathcal{O}(1/\mathfrak{M})$ im Zeitpunkt $t = 0$ auf $\mathcal{O}(1)$ in $t \doteq 3.23$. Abbildung 4.7(1) zeigt, daß die Zunahme der Fluktuationen eine deutliche Verbreiterung der Dichte der handelsbezogenen Verteilung bewirkt.[30] Somit sind in Stichproben verschiedene Realisationen der Variablen q (nahezu) gleich wahrscheinlich zu beobachten. Erst die nun kontinuierlich einsetzende driftdominierte Anpassungsphase führt zur Ausprägung einer zweigipfligen Dichtefunktion. Wie Abbildung 4.5(2) ausweist, hat sich die gleichgewichtige Abwertungswahrscheinlichkeit am Ende der ersten Anpassungsphase im Vergleich zum stationären Fall nicht nennenswert erhöht ($\gamma \doteq 0.142$).

Die Maxima $q_\pm$ der aus der driftdominierten Anpassung resultierenden zweigipfligen Verteilung fallen zwar mit den durch die Werte $\kappa_1|_{t>0} = 0$ und $\kappa_2|_{t>0} = 1.5$ bestimmten Minima der Potentialfunktion zusammen, jedoch ist die Dichte am Ende dieser zweiten Anpassungsphase ($t \approx 9$) weiterhin asymmetrisch (Abbildung 4.7(2)). Abbildung 4.8(2) zeigt für verschieden

[29]Vgl. Beziehung (3.80).

[30]Die Abbildung zeigt die Lösung der Näherung

$$\frac{\partial W(q,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(W(q,t)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q}D^{(1)}(q_0)\right) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{1}{\mathfrak{M}}D^{(2)}(q_0)W(q,t)\right)$$

im Punkt q_0.

Punkte der $\langle q \rangle$-Ebene die zeitliche Entwicklung der Lösung der Differentialgleichung[31]

$$\frac{\mathrm{d}\langle q \rangle}{\mathrm{d}t} = D^{(1)}(\langle q \rangle) \tag{4.18}$$

für den Mittelwert. Es ist zu beobachten, wie der Driftkoeffizient die $\langle q \rangle$-Werte entlang der Potentialfunktion in deren Minima drängt. Einsetzen der Lösung von (4.18) in die Beziehung[32]

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathfrak{M}} D^{(2)}(\langle q \rangle) + 2\sigma \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} D^{(1)}(\langle q \rangle) \tag{4.19}$$

für die Varianz führt über

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\langle q \rangle} = \frac{1}{\mathfrak{M}} \frac{D^{(2)}(\langle q \rangle)}{D^{(1)}(\langle q \rangle)} + \frac{2\sigma \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\langle q \rangle)}{D^{(1)}(\langle q \rangle)} \tag{4.20}$$

zu

$$\begin{aligned} \sigma(t) = {} & \sigma_{t \doteq 3.23} \left(\frac{D^{(1)}(\langle q \rangle_t)}{D^{(1)}(\langle q \rangle_{t \doteq 3.23})} \right)^2 \\ & + [D^{(1)}(\langle q \rangle_t)]^2 \int\limits_{\langle q \rangle_{t \doteq 3.23}}^{\langle q \rangle_t} \frac{D^{(2)}(q')}{\mathfrak{M}[D^{(1)}(q')]^3} \, \mathrm{d}q' \, . \end{aligned} \tag{4.21}$$

Diese Beziehung legt nahe, daß die Varianz σ_t an Anfang und Ende der driftdominierten Anpassungsphase den mit $\sigma_{t \doteq 3.23}$ gegebenen Wert hat. Abbildung 4.8(3) bestätigt die Vermutung, daß die Diffusion in der zweiten Anpassungsphase unbedeutend ist. Allein in der driftdominierten Periode genügt also die Betrachtung von Mittelwert und Varianz der handelsbezogenen Wahrscheinlichkeitsverteilung.[33] Abbildung 4.5(3) zeigt, daß am Ende der driftdominierten Anpassungsphase die gleichgewichtige Abwertungswahrscheinlichkeit gegenüber dem am Ende des ersten Anpassungszeitraums nicht nennenswert gestiegen ist ($\gamma \doteq 0.15$).

---

[31] Vgl. (3.79).

[32] Vgl. (3.80).

[33] Dieses Ergebnis geht zurück auf Kubo et al. (1973); van Kampen (1961).

Wie bereits angedeutet, dominiert die Fluktuationskomponente die abschließende Entwicklung der asymmetrischen und zweigipfligen nicht-stationären Lösung der FP-Gleichung in die symmetrische und zweigipflige stationäre Lösung. Um diesen Vorgang zu beschreiben, sollen im folgenden die Änderungen der Wahrscheinlichkeiten

$$\pi_+(t) = \int_{q_0}^{1} W(q,t)\,\mathrm{d}q \tag{4.22}$$

$$\pi_-(t) = \int_{-1}^{q_0} W(q,t)\,\mathrm{d}q \tag{4.23}$$

analysiert werden. Mit Hilfe der Schreibweise der FP-Gleichung als Kontinuitätsgleichung,

$$\frac{\partial W(q,t)}{\partial t} = -\frac{\partial \mathfrak{S}(q,t)}{\partial q}, \tag{4.24}$$

und den Randbedingungen

$$\mathfrak{S}(-1,t) = \mathfrak{S}(1,t) = 0 \tag{4.25}$$

ergeben sich daraus:

$$\frac{\mathrm{d}\pi_+}{\mathrm{d}t} = -\int_{q_0}^{1} \frac{\partial \mathfrak{S}(q,t)}{\partial q} = \mathfrak{S}(q_{t=0},t); \tag{4.26}$$

$$\frac{\mathrm{d}\pi_-}{\mathrm{d}t} = -\int_{-1}^{q_0} \frac{\partial \mathfrak{S}(q,t)}{\partial q} = -\mathfrak{S}(q_{t=0},t). \tag{4.27}$$

Darin kann der Wahrscheinlichkeitsstrom $\mathfrak{S}$ komfortabler mit Hilfe der Beziehung

$$\frac{2\mathfrak{S}(q,t)}{D^{(2)}(q)W_{\mathrm{st}}(q)} = -\frac{1}{\mathfrak{M}}\frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{W(q,t)}{W_{\mathrm{st}}(q)}\right) \tag{4.28}$$

formuliert werden. Wird zusätzlich unterstellt, daß der Wahrscheinlichkeitsstrom während des diffusionsdominierten Anpassungsprozesses zwischen den Extrema $q_{\pm}$ von q unabhängig ist, folgt:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{S}(t) &= -\frac{1}{\mathfrak{M}}\left(\int\limits_{q_-}^{q_+} \frac{1}{D^{(2)}(q)W_{\text{st}} > (q)}\,\mathrm{d}q\right)^{-1}\left(\frac{W(q_+,t)}{W_{\text{st}}(q_+)} - \frac{W(q_-,t)}{W_{\text{st}}(q_-)}\right) \\
&= -\mathfrak{t}\left(\frac{W(q_+,t)}{W_{\text{st}}(q_+)} - \frac{W(q_-,t)}{W_{\text{st}}(q_-)}\right). \qquad (4.29)
\end{aligned}$$

Da die Wahrscheinlichkeitsmassen während des gesamten Anpassungsvorgangs um die Extrema $q_{\pm}$ konzentriert sind, ist die Annahme

$$\frac{W(q_{\pm},t)}{W_{\text{st}}(q_{\pm})} = \frac{\pi_{\pm}(t)}{\pi_{\pm\text{st}}} \qquad (4.30)$$

gerechtfertigt. Einsetzen von (4.30) und (4.29) in (4.26) beziehungsweise (4.27) ergibt:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\pi_+}{\mathrm{d}t} &= -\frac{\mathrm{d}\pi_-}{\mathrm{d}t} = -\mathfrak{t}\left(\frac{\pi_+}{\pi_{+\text{st}}} - \frac{\pi_-}{\pi_{-\text{st}}}\right) && (4.31) \\
\Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}t} &= 2\mathfrak{d}(\pi_{\text{st}} - \pi(t)) && (4.32) \\
\text{mit } \pi(t) &= \pi_+(t) - \pi_-(t) \\
\text{und } \mathfrak{d} &= \frac{\mathfrak{t}}{2\pi_{+\text{st}}\pi_{-\text{st}}}.
\end{aligned}$$

Abbildung 4.9(1) zeigt den Verlauf der Lösung von (4.32) über die Zeit. Die durchschnittliche Übergangszeit beträgt $\mathfrak{d}^{-1} \doteq 3620$ Zeiteinheiten, wenn als Anfangswert von (4.32) die am Ende der driftdominierten Anpassungsphase ($t \approx 9$) resultierende Verteilung unterstellt wird. Sie hängt exponentiell von der Zahl $\mathfrak{M} \gg 1$ der Marktteilnehmer ab (Abbildung 4.9(2)).[34] Die fluk-

[34] Vgl. Weidlich und Haag (1983, S. 39 f.).

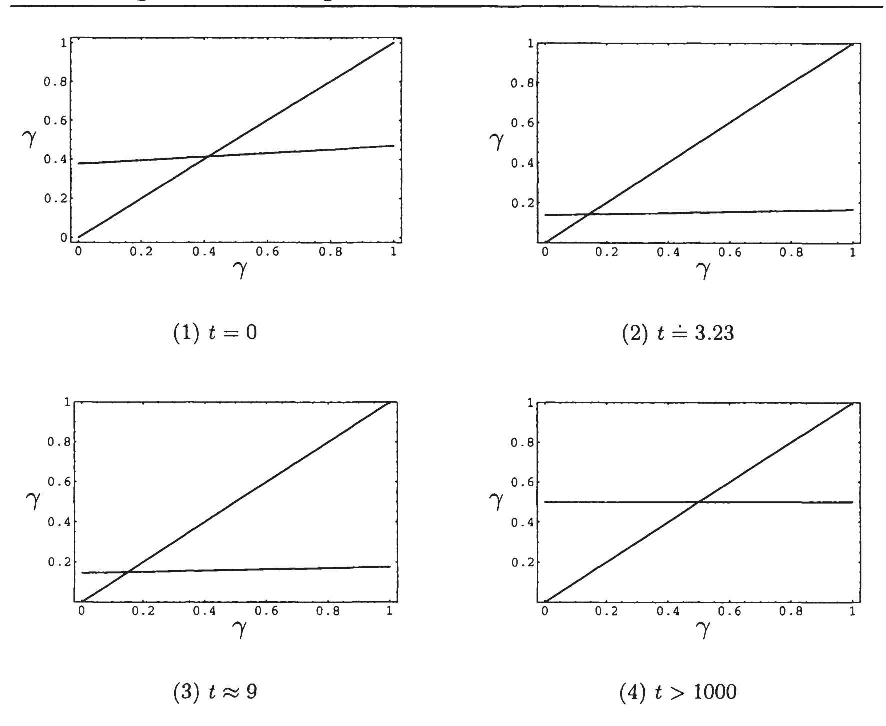
tionsdominierte Anpassungsphase ist somit sehr langwierig, wie sich zeigt, wenn $\mathfrak{d}^{-1}$ mit der Zeit[35]

$$T_n = \int_{\langle q \rangle_1}^{\langle q \rangle_1 + \Delta q} \frac{1}{D^{(1)}(q')} \, \mathrm{d}q' \tag{4.33}$$

verglichen wird, in welcher der Mittelwert (4.18) während der driftdominierten Phase (durchschnittlich) die Strecke Δq zurücklegt (Abbildung 4.8(2)).

[35] Diese Beziehung folgt aus $\frac{1}{\mathfrak{M}} \frac{\partial}{\partial q}(D^{(2)}(q) W_{\mathrm{st}}(q)) = D^{(1)}(q) W_{\mathrm{st}}(q)$.

Abbildung 4.5 Abwertungswahrscheinlichkeiten



(1) $t = 0$

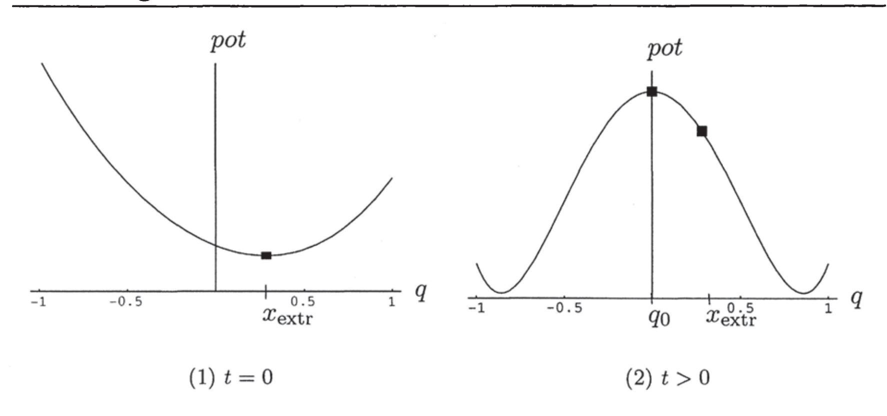
(2) $t \doteq 3.23$

(3) $t \approx 9$

(4) $t > 1000$

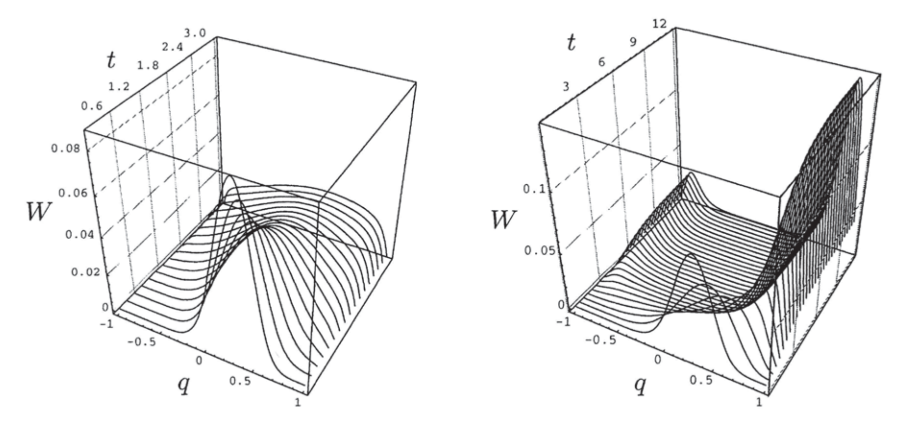
Parameter der stationären Verteilung im Ausgangszeitpunkt $t = 0$: $\kappa_1 = 0.15$ und $\kappa_2 = 0.5$. Parameter der stationären Verteilung nach erfolgter Anpassung ($t \gg 0$): $\kappa_1 = 0.15$ und $\kappa_2 = 1.5$. Ferner sind: $\mathfrak{M} = 25$, $V = 0.1$ und $E[b_{t+1}] = 0.15$.

Abbildung 4.6 Potentialfunktion



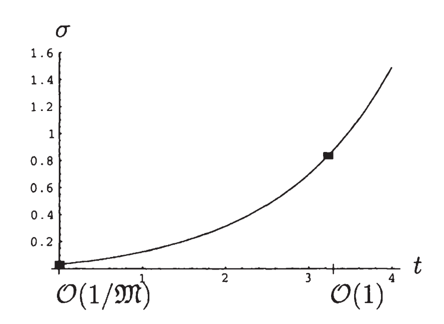
(1) $t = 0$ (2) $t > 0$

Abbildung 4.7 Wahrscheinlichkeitsdichte

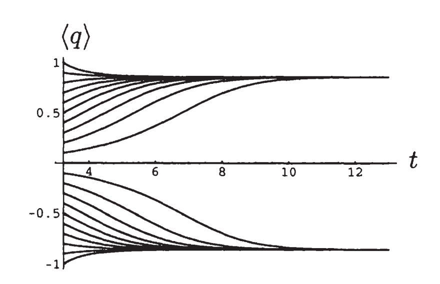


(1) Fluktuationsinitiierte Anpassung (2) Driftdominierte Anpassung

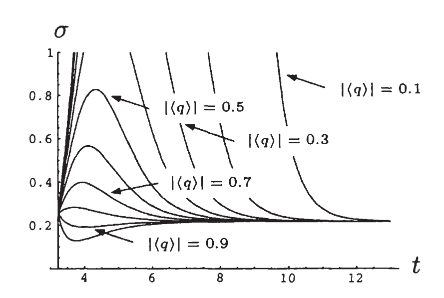
Abbildung 4.8 Mittelwerte und Varianzen



(1) Varianz der fluktuationsinitiierten Phase



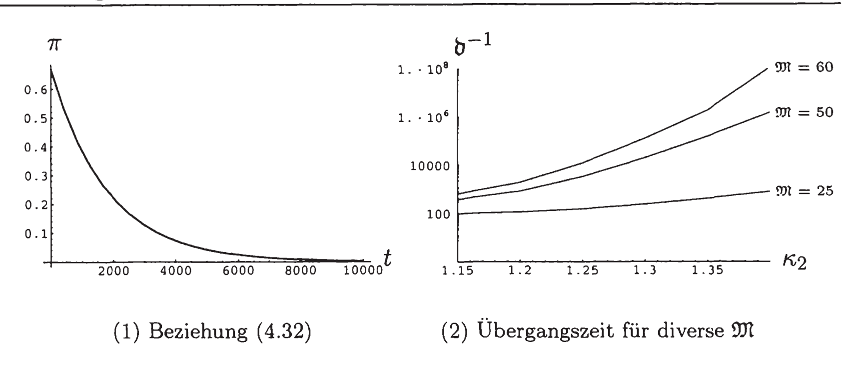
(2) Mittelwerte der driftdominierten Phase



(3) Varianzen der driftdominierten Phase



Abbildung 4.9 Übergangszeiten



(1) Beziehung (4.32)

(2) Übergangszeit für diverse $\mathfrak{M}$

4.3 Zeitvariante Verhaltensparameter

Bislang wurde angenommen, die Parameter κ_1 und κ_2 seien im Zeitablauf konstant. In diesem Fall konvergieren alle nicht-stationären Lösungen der FP-Gleichung nach einer gewissen Zeit gegen die stationäre Lösung.[36] Ist diese Entwicklung abgeschlossen, beruhen Änderungen des Devisenmarktteilnehmerverhaltens ausschließlich auf zufälligen Schwankungen um ein lokales Maximum der stationären Lösung der FP-Gleichung. Dies erörtern bereits die Abschnitte 4.2.1 und 3.2.3.

Vermutlich besteht aber eine gegenseitige Abhängigkeit zwischen dem Verhalten der Devisenmarktakteure einerseits und den Parametern κ_1 und κ_2 andererseits, denn sonst beschriebe die stationäre Lösung der FP-Gleichung Marktteilnehmer mit statischen Kaufs- und Verkaufsregeln.[37] Der Diskussion in Abschnitt 3.1 nach zu urteilen unterliegen diese Regeln aber einem dauernden Wandel. Häufig genannte Gründe der Verhaltensänderung von

[36]Vgl. Anhang A.6.

[37]Dies berücksichtigen auch Diebold et al. (1994), wenn sie im Markov-Regimewechselmodell von Hamilton (1990), das in der Grundaussage mit dem hier vorgestellten Ansatz vergleichbar ist, anstelle der zeitinvarianten Übergangswahrscheinlichkeiten davon ausgehen, daß diese zeitvariante Funktionen von für die Marktteilnehmer beobachtbaren Variablen sind.

Devisenmarktteilnehmern sind psychologische[38]Aspekte, Informations- und Reputationskosten[39] sowie das Vertrauen[40]der Finanziers von Spekulationen in deren Erfolg.[41]

Der vorliegende Abschnitt untersucht deshalb die Eigenschaften der handelsbezogenen Wahrscheinlichkeitsverteilung mit einem sich im Zeitablauf ändernden Beharrungsparameter κ_1. Um die Analyse möglichst einfach zu halten, wird angenommen, daß κ_1 mit der Frequenz $2\pi/T$ und der Amplitude $\kappa_{1,0}$ periodisch um den Wert null schwankt:

$$\kappa_1(t) = \kappa_{1,0} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right). \tag{4.34}$$

In dieser Beziehung ändert sich κ_1 um so rascher, je kleiner der numerische Wert der Periode T ist.

Wie Abschnitt 3.3 zeigt, hat die FP-Gleichung keine stationäre Lösung, wenn der Drift- und/oder der Diffusionskoeffizient zeitabhängige Funktionen sind.Eine fluktuationsdominierte Anpassungsphase[42] unterbleibt daher. Ebenso wird der in Abschnitt 4.2.2 als q_0 bezeichnete instabile stationäre Punkt mit geringster Wahrscheinlichkeit realisiert. Insgesamt dominiert das Driftverhalten des handelsbezogenen Zufallsprozesses und es genügt, im folgenden das Verhalten von Mittelwert $\langle q \rangle$ und Varianz σ der handelsbezogenen Verteilung zu untersuchen.[43] Wegen (3.79, 3.80) gelten mit (4.13, 4.14) folgende Beziehungen:[44]

$$\frac{d\langle q \rangle}{dt} = 2[\sinh(\kappa_1 + \kappa_2\langle q \rangle - \langle q \rangle \cosh(\kappa_1 + \kappa_2\langle q \rangle)] \tag{4.35}$$

[38]Vgl. insbesondere die in Abschnitt 3.1 angeführte Literatur zur Behavioral Finance. In diesem Zusammenhang verweist die einschlägige Literatur häufig auf die Argumentation von Keynes (1936, S. 157).

[39]Vgl. Calvo und Mendoza (1998b, 2000).

[40]Vgl. Calvo und Mendoza (1996).

[41]Ein weiteres mögliches Argument für die Annahme zeitvarianter Verhaltensparameter sind multiple Gleichgewichte, in denen der Wechselkurs entweder eine niedrige Volatilität hat und entsprechend wenige Noise-Händler im Markt vertreten sind oder in denen der Wechselkurs wegen einer hohen Zahl von Noise-Händlern sehr volatil ist. Vgl. z.B. Flood und Rose (1998). Analog zu Admanti und Pfleiderer (1998) könnte dies damit erklärt werden, daß Noise-Händler dazu neigen, sich im selben Marktsegment zu konzentrieren.

[42]Vgl. Abschnitt 4.2.2.

[43]Vgl. Abschnitt 4.2.2.

[44]Vgl. Weidlich und Haag (1983, S. 42).

$$\frac{d\sigma}{dt} = 2[\cosh(\kappa_1 + \kappa_2\langle q\rangle) - \langle q\rangle \sinh(\kappa_1 + \kappa_2\langle q\rangle)] \\ - 4\sigma[(1-\kappa_2)\cosh(\kappa_1 + \kappa_2\langle q\rangle) \\ + \kappa_2\langle q\rangle \sinh(\kappa_1 + \kappa_2\langle q\rangle)] \tag{4.36}$$

Wegen (4.34) schwanken Mittelwert und Varianz mit derselben Periode T wie der Beharrungsparameter. Innerhalb der Periode folgen $\langle q\rangle$ und σ dem Beharrungsparameter aber auf unterschiedliche Weise. Es kommt sowohl auf die Periodenlänge T als auch darauf an, ob der Anpassungsparameter κ_2 einen subkritischen oder einen superkritischen Wert hat.

Die Abbildungen 4.10(1) und 4.10(2) geben jeweils bei subkritischem ($\kappa_2 = 0.8$) Anpassungsparameter den Zeitpfad des Mittelwertes für eine kleine ($T = 4$) und eine vergleichsweise große ($T = 20$) Periode wider. Je länger die Periode ist, desto enger[45] folgt $\langle q\rangle$ dem Beharrungstrend und desto größer ist auch die Amplitude[46] von $\langle q\rangle$. Ursache dieser Eigenschaft ist das Imitationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer. Grundsätzlich fluktuiert das Devisenmarktteilnehmerverhalten stärker, wenn der Beharrungsparameter in der Nähe eines Wendepunktes ist. So hat bei einer Periodenlänge von $T = 4$ der Mittelwert in den Maxima der Varianz ($t \doteq 1.01$ und $t \doteq 2.01$) seinen Wendepunkt gerade durchschritten ($|\langle q\rangle| \doteq 0.11$) und in den Minima der Varianz gerade sein Extremum durchlaufen ($|\langle q\rangle| = 0.36$). Bei einer längeren Periode liegen die Extrema der Varianz und die Wendepunkte des Mittelwertes beziehungsweise dessen Extrema enger[47] beieinander, weil sich

[45]Der Mittelwert hat im Fall $T = 4$ zum Zeitpunkt $t \doteq 1.81$ ein Maximum und zum Zeitpunkt $t \doteq 3.83$ ein Minimum. Bei einer Periodenlänge von $T = 20$ liegt das Maximum im Zeitpunkt $t \doteq 5.84$ und das Minimum im Zeitpunkt $t \doteq 15.84$. Die Extrema wiederholen sich jeweils mit der Periode T. Aus den genannten Daten errechnet sich für den mit der Periode T gewichteten zeitlichen Abstand zwischen den Maxima von κ_1 und $\langle q\rangle$ im Fall $T = 4$ ein Wert von 0.2025 und im Fall $T = 20$ ein Wert von 0.1680. Dieselben Werte gelten für den gewichteten Abstand zwischen den Minima von κ_1 und $\langle q\rangle$. Analog lassen sich für die Abstände der Nullstellen Werte von 0.2050 beziehungsweise 0.075 im Fall $T = 4$ beziehungsweise $T = 20$ ermitteln.

[46]Die Amplitude des Beharrungstrends κ_1 beträgt in allen genannten Fällen konstant 0.6. Die Amplitude des Mittelwerts nimmt hingegen mit der Periode T zu (0.38 für $T = 2$, 0.72 für $T = 4$ und 1.36 für $T = 20$).

[47]Für $T = 20$ gelten folgende Werte: Die Varianz hat in den Zeitpunkten $t \doteq 2.03$ und $t \doteq 6.01$ ein Maximum beziehungsweise ein Minimum. Der Mittelwert ist im Zeitpunkt $t \doteq 5.84$ maximal, im Zeitpunkt $t \doteq 15.84$ minimal und schneidet die Nullinie in den Zeitpunkten $t \doteq 1.6$ beziehungsweise $t \doteq 11.6$.

κ_1 bezogen auf das konstante Anpassungsverhalten vergleichsweise langsam ändert.

Vielfach gilt[48] als Ursache von Währungskrisen (und dort insbesondere für das Übergreifen einer Krise auf andere Länder), daß der Anreiz für institutionelle Anleger, Informationen über aktuelle und künftige Fundamentalvariablen einzuholen, durch die Liberalisierung der Kapitalmärkte in immer mehr Ländern und die damit gestiegene Zahl von Anlagealternativen immer geringer würde beziehungsweise im Gegenzug die Imitation der Handlungen anderer Devisenmarktakteure zunähme, wodurch eine Währung anfälliger für spekulative Attacken werde.[49] Die nachstehende Untersuchung der Eigenschaften der handelsbezogenen Verteilung bei superkritischem Anpassungsverhalten zeigt aber, daß das Imitationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer unter bestimmten Bedingungen ein Währungsregime stabilisieren kann, auch wenn der Beharrungsparameter laut (4.34) sowohl positive als auch negative Werte von q durchläuft und damit analog zum eben erörterten Fall eines subkritischen Anpassungsverhaltens zum Teil sehr große Schwankungen im Verhalten der Agenten zu erwarten wären.

Abbildung 4.11(1) zeigt die zeitliche Entwicklung des Anpassungsparameters κ_1 und des Mittelwertes der handelsbezogenen Wahrscheinlichkeitsverteilung unter der Annahme eines überkritischen Anpassungsverhaltens der Devisenmarktteilnehmer und einer schnellen Änderung des Beharrungsparameters. Letzterer hat für $T = 2$ eine bedeutend größere Amplitude (0.6) als der Mittelwert (0.12) der handelsbezogenen Verteilung. Besonders auffällig ist jedoch, daß der Mittelwert durchgehend negative Werte hat.[50] Diese Eigenschaft besteht bei subkritischem Anpassungsverhalten nicht. Das schnelle Nachahmungsverhalten verhindert also einen Zusammenbruch der mit q gemessenen durchschnittlichen Erwartung über das künftige Wechselkursregime.

Die in Abbildung 4.11(3) abgetragene Varianz verläuft ebenfalls anders als in den bislang betrachteten Fällen. Ihre Maxima liegen zeitlich nahe den Maxima des Mittelwertes. Entsprechendes gilt für ihre Minima. Dies zeigt, daß die Fluktuation des Devisenmarktteilnehmerverhaltens zunimmt, wenn

[48] Vgl. z.B. Calvo und Mendoza (1998b).

[49] Vgl. z.B. Eichengreen et al. (1993).

[50] Im Fall $T = 4$ sind die Amplituden des Mittelwerts und des Beharrungsparameters ungefähr gleich groß, jedoch ändert auch hier der Mittelwert niemals das Vorzeichen.

sich $\langle q \rangle$ in die dem anfangs gegebenen Wert entgegengesetzte Richtung[51] ändert. Die Varianz liegt auf relativ niedrigem[52] Niveau, weil im Gegensatz zu den bislang besprochenen Fällen der Mittelwert nicht sein Vorzeichen ändert. Sie hat aber eine vergleichsweise hohe Amplitude.[53] Mithin führt der hohe Anpassungsparameter zu einer größeren Bandbreite in den Fluktuationen der Devisenmarktteilnehmer. Das Wechselkursregime ist aber entgegen der oben angeführten konventionellen Sichtweise stabiler als bei niedrigerem Anpassungsparameter.

Ändert sich der Beharrungstrend deutlich langsamer ($T = 20$), greift die eben skizzierte stabilisierende Wirkung des superkritischen Anpassungsverhaltens der Devisenmarktteilnehmer nicht mehr so stark, daß ein Vorzeichenwechsel des Mittelwerts verhindert würde. Gleichwohl ist q imitationsbedingt über lange Zeiträume innerhalb der Periode T hinweg auffallend stabil, wie der flache Verlauf der Hystereseschleife (Abbildung 4.11(6)) zeigt, die den Mittelwert von q als indirekte Funktion des Parameters κ_1 ausweist. Anders als bei subkritischem Anpassungsparameter (Abbildungen 4.10(5) und 4.10(6)) sowie bei superkritischem Anpassungsparameter und hinreichend kleiner Periode (Abbildung 4.11(5)) durchläuft die Schleife nicht einen mehr oder weniger gleichförmigen Zyklus, sondern ist über weite Bereiche fast stabil. Dann ändert sich das Vorzeichen des Mittelwertes abrupt. Die Varianz (Abbildung 4.11(4)) ist während der quasi-stabilen Phase des Mittelwerts gering. Sie ist hingegen in der kurzen Phase, in welcher der Mittelwert das Vorzeichen wechselt, sehr hoch (wesentlich höher als bei subkritischem Anpassungsparameter). Im letztgenannten Zeitraum fluktuiert das Devisenmarktteilnehmerverhalten also besonders stark. Die Prognose konkreter Stichprobenpfade des Devisenmarktteilnehmerverhaltens ist dort nur unter speziellen Bedingungen möglich.

Der rasche Zusammenbruch der kollektiven Meinungsbildung bei superkritischem Anpassungsverhalten und hinreichend langer Periode T läßt sich

[51]In Abbildung 4.11(3) bedeutet dies: Hin zu größeren Werten (d.h. kleineren Absolutwerten) von $\langle q \rangle$.

[52]Im Mittel beträgt die Varianz hier ungefähr 1.15, bei $\kappa_2 = 0.8$ und $T = 2$ hingegen im Mittel bei ungefähr 2.29 liegt.

[53]Die Amplitude der Varianz beträgt ungefähr 1.1, liegt hingegen im Fall $\kappa_2 = 0.8$ und $T = 2$ bei ungefähr 0.1.

anhand der Potentialfunktion (4.15) nachvollziehen.[54] Abbildung 4.12(1) zeigt den Verlauf dieser Funktion über die gesamte Periode T hinweg. Die Abbildungen 4.12(2) bis 4.12(4) sind Querschnitte dieses Graphen in den Extrema beziehungsweise Wendepunkten des Beharrungsparameters (4.34). Wie bereits aus der Diskussion in Abschnitt 4.2.1 hervorgeht, haben Verteilungs- beziehungsweise Potentialfunktion bei superkritischem Anpassungsverhalten zwei (lokale) Minima. Bei von null verschiedenem Beharrungsparameter κ_1 ist eines der beiden Minima absolut, was aber nicht bedeutet, daß sich das zugehörige Devisenmarktteilnehmerverhalten auch im Mittel tatsächlich einstellt. Dazu wäre gegebenenfalls eine sogenannte Potentialbarriere zu überwinden, d.h. der im (lokalen) Maximum zwischen den beiden Minima angesiedelte (instabile) quasi-stationäre Zustand müßte durchschritten werden, was aber, wie in Abschnitt 3.3.3 ausgeführt wurde, nur mit Wahrscheinlichkeit und nicht mit Sicherheit geschieht.

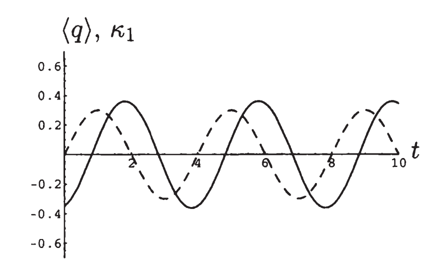
Die im vorliegenden Kapitel besprochenen Fälle illustrieren diesen Punkt auf eindrucksvolle Weise. Anscheinend ist die Änderung des Beharrungsparameters im Beispiel $\kappa_2 = 1.2$ und $T = 2$ zu rasch, so daß sich keiner der beiden durch (4.34) ausgelösten Nachahmungsimpulse (vom negativen zum positiven Wertebereich und umgekehrt) auch nur kurzzeitig durchsetzen kann. Dies trifft offensichtlich nicht zu, wenn sich der Beharrungsparameter mit genügend langer Periode ändert.[55] Bei subkritischem Anpassungsparameter besteht das eben skizzierte Problem nicht, da in diesem Fall das Imitationsverhalten der Devisenmarktteilnehmer nicht stark genug ist, um zwei verschiedene Minima der in Abbildung 4.13 für das Beispiel $\kappa_2 = 0.8$ gezeigten Potentialfunktion auszuprägen.

---

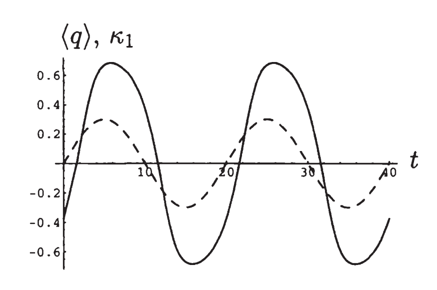
[54] Vgl. auch die Abschnitte 3.2.2 und 3.3.3.

[55] Es wäre an dieser Stelle möglich, die Überlegungen zur durchschnittlichen Übertrittszeit aus Abschnitt 4.2.2 analog zu wiederholen.

Abbildung 4.10 $\langle q \rangle$ und σ bei subkritischem Anpassungsverhalten

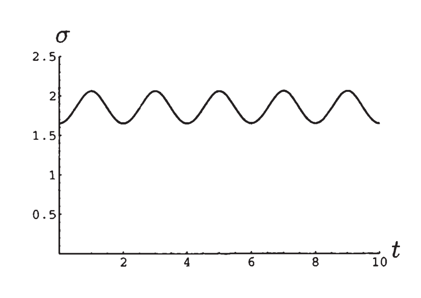


(1) $\langle q \rangle$ bei $T = 4$

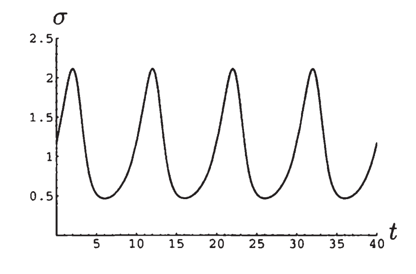




(2) $\langle q \rangle$ bei $T = 20$

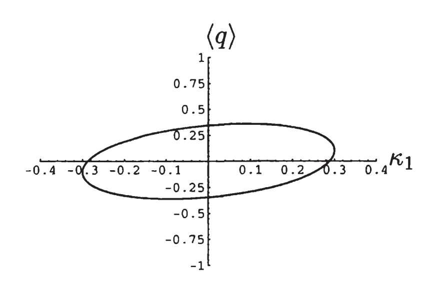


(3) σ bei $T = 4$

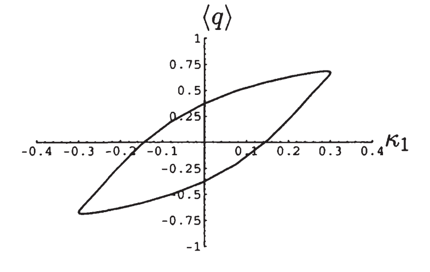




(4) σ bei $T = 20$



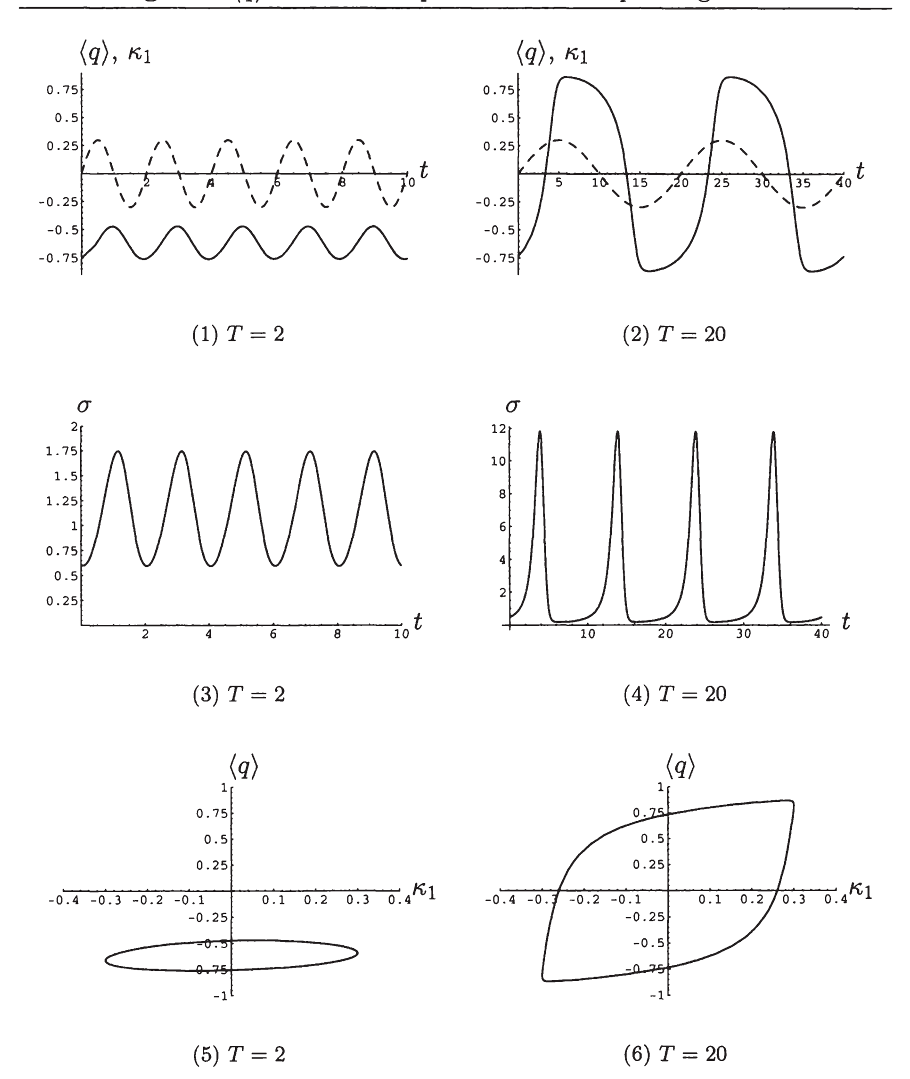
(5) $T = 4$



(6) $T = 20$

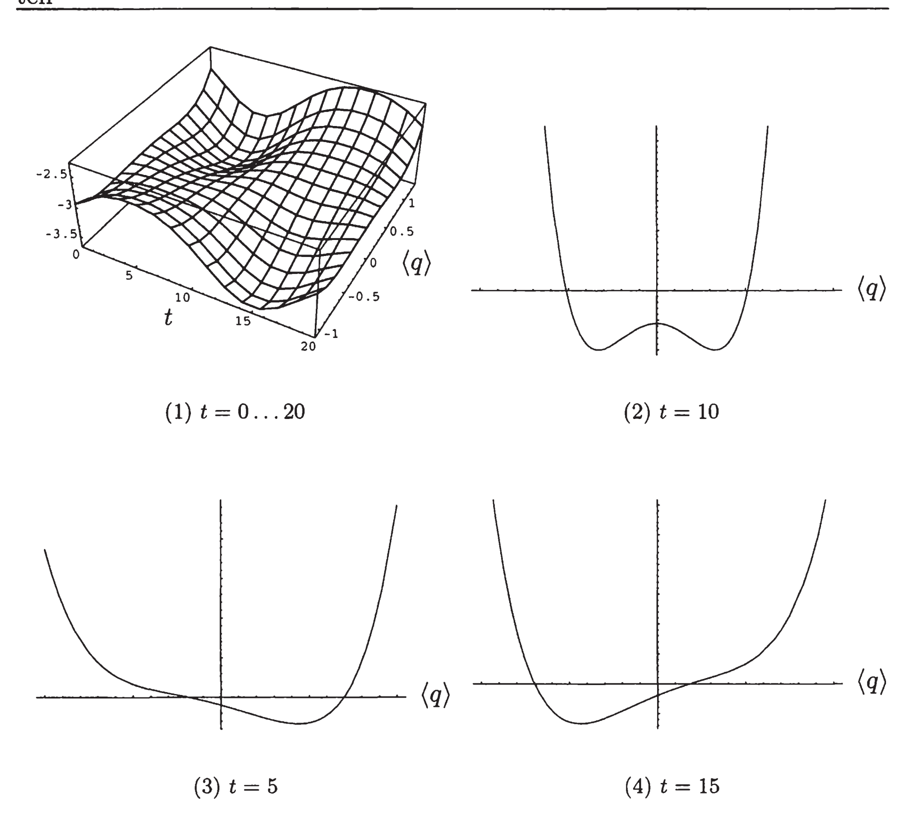
Ferner wurden folgende Werte unterstellt: $\kappa_{1,0} = 0.3$ und $\kappa_2 = 0.8$.

Abbildung 4.11 $\langle q \rangle$ und σ bei superkritischem Anpassungsverhalten



Ferner wurden folgende Werte unterstellt: $\kappa_{1,0} = 0.3$ und $\kappa_2 = 1.2$.

Abbildung 4.12 Potentialfunktion bei superkritischem Anpassungsverhalten

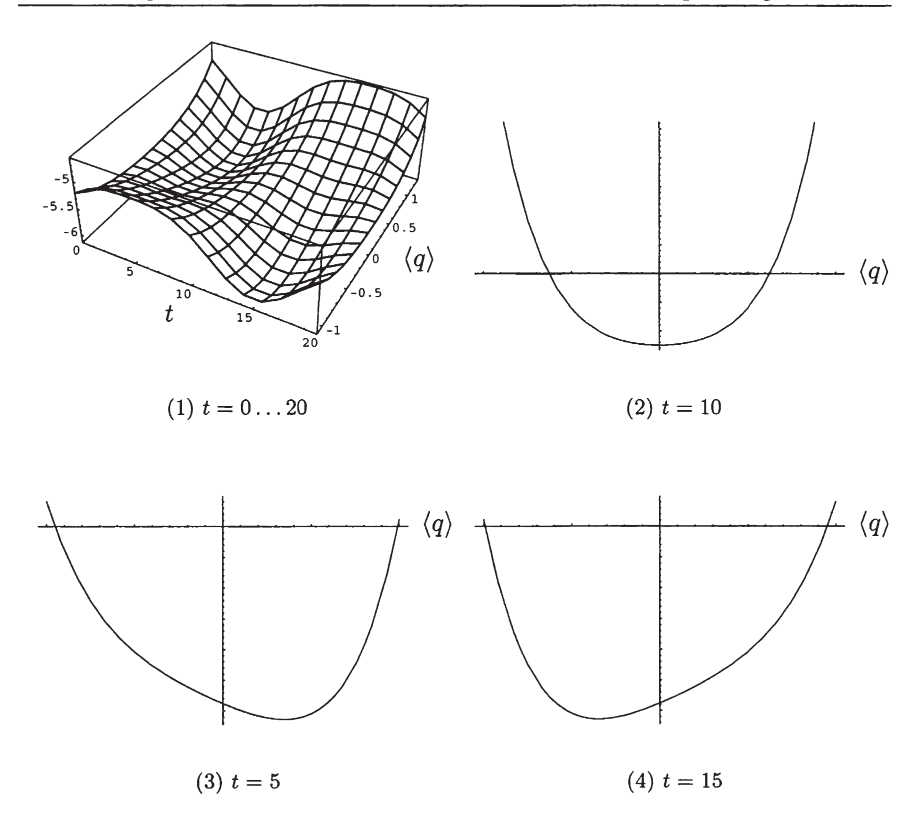


(1) $t = 0 \ldots 20$ (2) $t = 10$

(3) $t = 5$ (4) $t = 15$

Ferner wurden folgende Werte unterstellt: $\kappa_{1,0} = 0.3$ und $\kappa_2 = 1.2$.

Abbildung 4.13 Potentialfunktion bei subkritischem Anpassungsverhalten



(1) $t = 0 \ldots 20$

(2) $t = 10$

(3) $t = 5$

(4) $t = 15$

Ferner wurden folgende Werte unterstellt: $\kappa_{1,0} = 0.3$ und $\kappa_2 = 0.8$.

Kapitel 5

Schlußfolgerungen

Die vorstehenden Kapitel untersuchen den Einfluß der Erwartungen privater Devisenmarktteilnehmer über den künftigen Wechselkursverlauf auf die Entstehung und die Dynamik spekulativer Attacken gegen ein festes Wechselkursregime. Diese müssen nicht allein auf makroökonomischen Fundamentaldaten einer Volkswirtschaft beruhen, sondern können auch von der Entwicklung des Devisenangebots und der Devisennachfrage auf mikroökonomischer Ebene abhängen. Dieser Zusammenhang könnte erklären, warum in der Realität Währungskrisen zu beobachten sind, die nicht mit einer Änderung von Fundamentaldaten einhergehen, wie die in der allein makroökonomische Variablen betrachtenden Literatur üblicherweise diskutierten Modelle prognostizieren.

Die Analyse spekulativer Attacken mit Hilfe des monetären Zahlungsbilanzmodells führt manchmal zu mehrdeutigen Gleichgewichtslösungen. Da jede dieser Lösungen mit einer bestimmten Erwartung aller Marktteilnehmer über den künftigen Wechselkursverlauf verbunden ist, entscheiden die Gründe, welche zur Ausprägung einer bestimmten Erwartungshaltung führen, über Eintritt und Verlauf einer Attacke. Solche Währungskrisen werden als selbsterfüllend bezeichnet.

Anstatt den Prozeß der Erwartungsbildung in bestehende Modelle spekulativer Attacken einzubeziehen, verweist die allein makroökonomische Variablen betrachtende Literatur auf oft nur für den Einzelfall zutreffende exogene

Ereignisse wie beispielsweise die plötzliche Neubewertung[1] vorhandener Informationen über die Fundamentalvariable oder die Handlungen prominenter[2] Marktteilnehmer. Dieses Vorgehen ist erforderlich, weil das monetäre Zahlungsbilanzmodell von homogenen Erwartungen und einem unendlichen Anlagehorizont der Agenten ausgeht. Eine Vielzahl theoretischer und empirischer Untersuchungen zur Informationseffizienz des Devisenmarkts bezweifelt aber, daß diese Annahmen in der Realität zutreffen. Häufig wird hier das zu beobachtende hohe Handelsvolumen am Devisenmarkt angeführt, das vermutlich nur wenig auf internationalem Güterhandel und zum Großteil auf spekulativen Motiven beruht.

Spekulativ motivierter Handel kann unter den Prämissen des monetären Zahlungsbilanzmodells nicht erklärt werden, wohl aber bei Annahme heterogener Agenten mit (gegebenenfalls verschieden langem) endlichem Anlagehorizont. Vereinfacht ausgedrückt schränkt letzteres die Arbitrage ein und ermöglicht dadurch Spekulanten mit verschiedenen, vom im Sinne der Fundamentalvariablen gleichgewichtigen Wechselkurs abweichenden Erwartungen die sich daraus ergebenden Angebots- und Nachfragewünsche untereinander mit Gewinn zu befriedigen, anstatt Vermögen an die Gruppe der Arbitrageure zu verlieren. Dabei entsteht potentiell eine von der Entwicklung der makroökonomischen Fundamentalvariablen losgelöste Eigendynamik ihrer Erwartungen, die gegebenenfalls zusätzlich durch Noise-Händler genährt wird. Dieses mikroökonomische Phänomen beeinflußt die Dynamik makroökonomischer Variablen und somit auch die Dynamik spekulativer Attacken möglicherweise erheblich.

Um die Erwartungsdynamik zu analysieren, bildet die vorliegende Studie die sich aus Trendfolgeverhalten, Noise-Handel sowie dem im Sinne der Fundamentalvariablen langfristig gleichgewichtigen Wechselkurs ergebenden Änderungen von Devisenangebot und -nachfrage mit einem stochastischen

[1]Beispielsweise gehen Marion und Flood (1996) darauf ein, daß Spekulanten ihr Verhalten ändern, wenn sie plötzlich das Marktumfeld als riskanter empfinden. Unter geeigneten Bedingungen steigt dadurch auch das tatsächliche Risiko einer Abwertung der Inlandswährung.

[2]Der Einfluß prominenter Investoren auf das Marktgeschehen ist umstritten. Während z.B. Goldstein et al. (1993) ihnen Bedeutung beimessen, äußert sich z.B. Krugman (1996) ablehnend. Vgl. auch die Diskussion der Informationseffizienz des Devisenmarkts in Abschnitt 3.1.

Differentialgleichungssystem ab. Dessen Lösung beruht auf der unterschiedlichen Geschwindigkeit, mit der jede einzelne Variable auf Änderungen der jeweils anderen Variablen reagiert. Unter gewissen Umständen beschreibt die Differentialgleichung einer einzigen Variablen die Ordnung des gesamten Systems.

Der mathematische Ausdruck für diese Ordnungsparametergleichung beziehungsweise der Ordnungsparameter selbst hängen von den volkswirtschaftlichen Rahmenbedingungen ab. Deshalb unterscheidet sich vermutlich je nach betrachteter Volkswirtschaft oder nach Beobachtungszeitraum die Dynamik der Erwartungsbildung von Devisenspekulanten. Ferner zeigt eine für verschiedene Werte des Ordnungsparameters vorgenommene Stabilitätsanalyse der Gleichung, daß sich das Verhalten der Devisenmarktagenten auch bei konstanten Rahmenbedingungen spontan ändern kann.

Ein zentrales Element dieser Erklärung selbsterfüllender spekulativer Attacken sind zufällige Störungen von Devisenangebot und -nachfrage. Je nachdem, ob die Lösung der Ordnungsparametergleichung stabil oder instabil ist, hat die zu ihr stochastisch äquivalente Wahrscheinlichkeitsverteilung (in der vorliegenden Studie als handelsbezogene Verteilung bezeichnet) einen oder zwei Gipfel. Wird im letztgenannten Fall ein Punkt in der Umgebung eines dieser Maxima angenommen, kann durch das Diffusionsverhalten der Erwartungen im Zeitablauf ein Punkt in der Umgebung des anderen Maximums realisiert werden. Somit kann sich die mehrheitliche Erwartungshaltung der Agenten allein aufgrund zufälliger Störungen von Devisenangebot und -nachfrage ändern. Die Wahrscheinlichkeit und der durchschnittliche Zeitbedarf hierfür hängen vom Verhältnis des Trendfolge- und des Beharrungsverhaltens der Spekulanten zueinander ab.

Dieses nicht-stationäre Verhalten fehlt im monetären Zahlungsbilanzmodell, dessen stochastische Eigenschaften durch eine normalverteilte makroökonomische Fundamentalvariable mit einem mittleren Erwartungsfehler von null und gegebener Varianz beschrieben werden. Während die Normalverteilung stationär ist, können sich die Eigenschaften der handelsbezogenen Verteilung im Zeitablauf ändern. Diese Eigenschaft beruht aber nicht nur, wie eben angedeutet, auf dem Diffusionsverhalten der Wechselkurserwartungen der Spekulanten. Da sich Mittelwert und Varianz der handelsbezogenen

Verteilung aus dem Gegensatz von Trendfolgeverhalten und Beharrungsverhalten ergeben, können die Erwartungen der Spekulanten im Unterschied zum monetären Zahlungsbilanzmodell eine Drift aufweisen, die in keiner Beziehung zu einer eventuell vorhandenen Drift der makroökonomischen Fundamentaldaten steht.

Die Ergebnisse der vorliegenden Studie legen nahe, den Einfluß des Devisenangebots- und -nachfrageverhaltens auf spekulative Attacken gegen einen festen Wechselkurs stärker zu berücksichtigen. Die Erwartungsbildung über eine mögliche Aufgabe des festen Wechselkurses, welche der Ausgangspunkt jeder spekulativen Attacke ist, folgt wahrscheinlich einer komplexen Eigendynamik. Unter Umständen führen kleine, zufällige Schwankungen im Devisenangebot beziehungsweise der Devisennachfrage zu einer nachhaltigen Änderung des Marktteilnehmerverhaltens. Für die empirische Forschung bietet sich hier ein möglicherweise ergiebiger Ansatzpunkt. Sie könnte beispielsweise versuchen, die für die Devisenspekulanten entscheidungsrelevanten mikroökonomischen Sachverhalte klassifizierten Verhaltensweisen zuzuordnen und mit Hilfe von Finanzmarktdaten die Übergangsraten zwischen diesen Klassen zu bestimmen.

Anhang A

Anhang

A.1 Stabilität der Langevin-Gleichung

Es gilt, die Koeffizienten ζ_j in der Beziehung

$$\mathbf{q}(t,\alpha) = \mathbf{q}_0(\alpha) + \underbrace{\sum_j \zeta_j(t)\mathbf{v}^{(j)}}_{\mathfrak{w}(t)} \tag{A.1}$$

zu bestimmen.[1] Dazu wird die Gleichung (A.1) in

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{N}(\mathbf{q}, \alpha_0)$$

eingesetzt. Dies führt zu:

$$\sum_j \dot{\zeta}_j(t)\mathbf{v}^{(j)} = \mathbf{N}(\mathbf{q}_0(\alpha) + \underbrace{\sum_j \zeta_j(t)\mathbf{v}^{(j)}}_{\mathfrak{w}(t)}, \alpha). \tag{A.2}$$

Wenn **N** (annahmegemäß) in eine Exponentialreihe von $\mathfrak{w}$ überführt werden kann, gilt unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung:

$$N(\mathbf{q}_0(\alpha) + \mathfrak{w}, \alpha) = \underbrace{N(\mathbf{q}_0(\alpha), \alpha)}_{(1)} + \underbrace{L\mathfrak{w}}_{(2)} + \underbrace{N^{(2)} : \mathfrak{w} : \mathfrak{w}}_{(3)} + \cdots . \tag{A.3}$$

[1]Vgl. zum folgenden insbesondere Haken (1993, Kap. 8.1).

Der mit (1) gekennzeichnete Term ist aufgrund

$$N(\mathbf{q}_0(\alpha), \alpha) = \mathbf{0}$$

gleich null. Der zweite Term kann wegen

$$\dot{\mathfrak{w}}(t) = \mathbf{L}(\mathbf{q}_0)\mathfrak{w}(t)$$

und $\mathbf{N}(\mathbf{q}_0(\alpha), \alpha) = \mathbf{0}$ als

$$L\mathfrak{w} = \sum_j \zeta_j(t) L v^{(j)} = \sum_j \zeta_j(t) \lambda_j v^{(j)}$$

geschrieben werden. Der dritte Term ist folgende Abkürzung:

$$N^{(2)} : \mathfrak{w} : \mathfrak{w} \equiv \frac{1}{2} \sum_{j'j''} \zeta_{j'}(t) \zeta_{j''}(t) \underbrace{\sum_{j'j''} \frac{\partial^2 N}{\partial q_{j''}} v_{j'}^{(j')} v_{j''}^{(j'')}}_{2N^{(2)}_{j'j''}} .$$

Die nicht aufgeführten Terme höherer Ordnung von A.3 sind analog definiert. Mit Hilfe des dualen[2] Eigenvektors $\bar{v}^{(j)}$ können die Eigenvektoren $v^{(j)}$ eliminiert werden:[3]

$$\begin{aligned}
\dot{\zeta}_j(t) &= \lambda_j \zeta_j(t) + \sum_{j'j''} \zeta_{j'}(t) \zeta_{j''}(t) \underbrace{\langle \bar{v}_j N^{(2)}_{j'j''} \rangle}_{A^{(2)}_{jj'j''}} + \cdots \\
&= \lambda_j \zeta_j(t) + \sum_{j'j''} A^{(2)}_{jj'j''} \zeta_{j'} \zeta_{j''} + \sum_{j'j''j'''} A^{(3)}_{jj'j''j'''} \zeta_{j'} \zeta_{j''} \zeta_{j'''} + \cdots .
\end{aligned}$$

[2]Die Lösungen $\mathfrak{w}^{(j)}$ der Differentialgleichung $\dot{\mathfrak{w}}^{(j)}(t) = L(t)\mathfrak{w}^{(j)}(t)$ mit $\mathfrak{w}^{(j)} = [\mathfrak{w}_1^{(j)} \ldots \mathfrak{w}_n^{(j)}]'$ und $L = (L_{jj'})$ bilden annahmegemäß eine geschlossene Menge, d.h. sie spannen den Lösungsraum $\mathfrak{w}^{(j)}(0)$ auf. Ein dazu dualer Raum wird durch die Vektoren $\bar{\mathfrak{w}}^{(j')}(0)$ aufgespannt, wobei $\langle \bar{\mathfrak{w}}^{(j')}(0) \mathfrak{w}^{(j)}(0) \rangle = \delta_{jj'} \quad \forall j, j'$ gilt. Das Skalarprodukt zwischen $\bar{\mathfrak{w}}$ und $\mathfrak{w}$ ist wie folgt definiert: $\langle \bar{\mathfrak{w}}^{(j')} \mathfrak{w}^{(j)} \rangle = \sum_j \bar{\mathfrak{w}}_j^{(j')} \mathfrak{w}_j^{(j)}$.

[3]Es wird das Skalarprodukt von (A.2) unter Einbeziehen des dualen Eigenvektors und Verwenden der Zerlegung (A.3) gebildet.

A.2 Zur Langevin-Gleichung

Die Langevin-Gleichung[4]

$$\dot{\zeta} = N(\zeta, t) + g(\zeta, t)\Gamma(t) \tag{A.4}$$

korrespondiert mit der FP-Gleichung

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} \equiv \dot{W}(x,t) = \mathbf{L}_{\mathrm{FP}}\, W(x,t), \quad \text{wobei} \tag{A.5}$$

$$\mathbf{L}_{\mathrm{FP}} = -\frac{\partial}{\partial x} D^{(1)}(x,t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} D^{(2)}(x,t). \tag{A.6}$$

Letztere beschreibt den Zeitpfad der Wahrscheinlichkeitsdichte eines Markov-Prozesses.[5] Alternativ zur Dichte des Wahrscheinlichkeitsprozesses von ζ können die Zeitpfade aller Stichproben von ζ mit der Langevin-Gleichung untersucht werden. Dies ergibt sich aus der Tatsache, daß der Driftkoeffizient der FP-Gleichung das erste Moment der Verteilung des betrachteten Zufallsprozesses und der Diffusionskoeffizient das zweite Moment angibt. Es läßt sich zeigen, daß gleiches für die Koeffizienten der Langevin-Gleichung gilt, wenn deren Stochast Γ Gaußsches weißes Rauschen (3.58) ist.[6]

Aus mathematischer Sicht ist die Langevin-Gleichung im Gegensatz zur FP-Gleichung nur eingeschränkt zur Analyse eines Zufallsprozesses geeignet. Angenommen, der Driftkoeffizient der Langevin-Gleichung ist gleich null und der Diffusionskoeffizient ist gleich eins:

$$\dot{\zeta}(t) = \Gamma(t). \tag{A.7}$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet

$$\zeta(t) = \int_{t_0}^{t} \Gamma(t')\, \mathrm{d}t' , \tag{A.8}$$

[4]Vgl. zu den Aussagen dieses Abschnitts z.B. Paul und Baschnagel (1999, Kap. 2.2.2).
[5]Allgemein: Ein Diffusionsprozeß.
[6]Vgl. zu den eben getroffenen Aussagen über die FP-Koeffizienten und die Koeffizienten der Langevin-Gleichung z.B. Paul und Baschnagel (1999, Kap. 2.2.2).

wobei ein Anfangswert von $\zeta(t_0) = 0$ angenommen wird. Die FP-Gleichung dieses Prozesses ist

$$\frac{\partial}{\partial} P(\zeta, t) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} P(\zeta, t) \tag{A.9}$$

und für den Anfangswert

$$P(x, t | x', t) = \delta(x - x') \tag{3.53}$$

die Lösung:[7]

$$P(\zeta, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(t - t_0)}} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2(t - t_0)}\right). \tag{A.10}$$

Diese Wahrscheinlichkeitsdichte wird als Wiener-Prozeß bezeichnet. Dessen Stichprobenpfade sind zwar stetig, d.h. es gelten

$$\left.\begin{aligned} &\Pr(|\zeta(t + \tau) - \zeta(t)| > k) = \int_k^\infty \mathrm{d}\zeta \, \frac{2}{\sqrt{2\pi\tau}} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\tau}\right) \text{ und} \\ &\lim_{\tau \to 0} \Pr(|\zeta(t + \tau) - \zeta(t)| > k) = 0 \; \forall \, k, \end{aligned}\right\} \tag{A.11}$$

sie sind aber mit Wahrscheinlichkeit von eins an keiner Stelle stetig differenzierbar:

$$\left.\begin{aligned} &\Pr\left(\left| \frac{\zeta(t + \tau) - \zeta(t)}{\tau} \right| > k\right) = \int_{k\tau}^\infty \mathrm{d}\zeta \, \frac{2}{\sqrt{2\pi\tau}} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\tau}\right) \text{ und} \\ &\lim_{\tau \to 0} \Pr\left(\left| \frac{\zeta(t + \tau) - \zeta(t)}{\tau} \right| > k\right) = 1 \; \forall \, k. \end{aligned}\right\} \tag{A.12}$$

Dies ist ein Paradoxon: Ausgehend von der Langevin-Gleichung (A.7) ergibt die Lösung der äquivalenten FP-Gleichung, daß $\dot{\zeta}$ für den der Langevin-

[7] Vgl. zur formalen Lösung (Pfadintegrallösung) Risken (1996, Kap. 4.4.1) und dort insbesondere Gleichung (4.55a).

Gleichung zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsprozeß nicht existiert. Die mathematisch korrekte Lösung besteht darin,

$$\mathrm{d}\zeta \;=\; \mathrm{d}W(t) \;\neq \Gamma(t)\,\mathrm{d}t \tag{A.13}$$

zu setzen, wobei $\mathrm{d}W(t)$ die infinitisimale Veränderung des Wiener-Prozesses ist. Darauf aufbauende Überlegungen führen zum so genannten Itô-Kalkül, der in der vorliegenden Studie aber nicht vertieft werden soll.[8]

A.3 Kramers-Moyal-Erweiterung

Dieser Abschnitt leitet eine Beziehung für das Differential der Wahrscheinlichkeitsdichte einer Zufallsvariablen $\zeta(t)$ mit der nach der Zeit $(\partial W(x,t)/\partial t)$ her.[9] Dabei soll ζ zum Zeitpunkt t die Realisation $\zeta(t) = x$ haben. Ausgangspunkt ist folgende Beziehung zwischen der Dichte $W(x, t+\tau)$ im Zeitpunkt $t+\tau$ $(\tau \geq 0)$, der Übergangswahrscheinlichkeit (3.42) und der Dichte $W(x,t)$ im Zeitpunkt t:

$$W(x, t+\tau) = \int P(x, t+\tau|x', t)W(x', t)\,\mathrm{d}x' \,. \tag{A.14}$$

Darin bezeichnet x' den scharfgipfligen Wert der Zufallsvariablen $\zeta(t)$ zum Zeitpunkt t.

Der erste Herleitungsschritt besteht darin, eine Funktion für die Übergangswahrscheinlichkeit $P(x, t+\tau|x', t)$ kleiner Zeiträume τ zu bestimmen. Dazu sei an die CK-Gleichung erinnert:[10]

$$P(x, t+\tau|x', t) = \int \delta(y-x)P(y, t+\tau|x', t)dy. \tag{A.15}$$

[8]Vgl. Seite 97, Fußnote 106.

[9]Es gibt verschiedene Methoden zur Herleitung der Übergangswahrscheinlichkeit beziehungsweise der entsprechenden Dichtefunktion. Alle führen zum Ausdruck (A.19). Siehe für einen Vergleich der Methoden und zu den folgenden Ausführungen insbesondere Risken (1996, Kap. 4.1).

[10]Vgl. zur hier angeführten Form Hänggi (1978); Risken (1996) und (3.51).

Ferner wird angenommen, daß alle Momente

$$\begin{aligned} M_n(x',t,\tau) &= \langle[\zeta(t+\tau)-\zeta(t)]^n\rangle|_{\zeta(t)=x'} \\ &= \int (x-x')^n P(x,t+\tau|x',t)\,\mathrm{d}x \end{aligned} \tag{A.16}$$

existieren. Die Bedingung $\zeta(t) = x'$ zeigt an, daß die Zufallsvariable im Zeitpunkt t den scharfgipfligen Wert x' haben soll. Wird in (A.15) für die δ-Funktion die Beziehung[11]

$$\begin{aligned} \delta(y-x) &= \delta(x'-x+y-x') \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(y-x')^n}{n!} \left(\frac{\partial}{\partial x'}\right)^n \delta(x'-x) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(y-x')^n}{n!} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n \delta(x'-x) \end{aligned} \tag{A.17}$$

eingesetzt, führt geeignetes Umformen zu folgendem Ausdruck:[12]

$$\begin{aligned} P(x,t+\tau|x',t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n \\ &\quad \times \int (y-x')^n P(y,t+\tau|x',t)\,\mathrm{d}y\,\delta(x'-x) \\ &= \left(1+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n M_n(x',t,\tau)\right) \delta(x'-x) \\ &= \left(1+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n M_n(x,t,\tau)\right) \delta(x-x'). \end{aligned} \tag{A.18}$$

[11] Hier wird die δ-Funktion als Taylor-Reihe erweitert. Die angegebene Beziehung folgt aus der Definition der Taylor-Expansion $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} 1/n! f^{(n)}(x')x^n$ und der Symmetrieeigenschaft der δ-Funktion ($\delta(x-x') = \delta(x'-x)$). Vgl. z.B. Harris und Stocker (1998). Siehe auch Risken (1996, S. 65).

[12] Der Zwischenschritt (A.18) ergibt sich aus der Definition der Momente (A.16). Die letzte Zeile beruht auf den Beziehungen $\delta(x-x') = \delta(x'-x)$ und $\delta(x-x')f(x') = \delta(x-x')f(x)$.

In einem zweiten Schritt ergeben (A.18) und (A.14) die Differenz der Wahrscheinlichkeitsdichten zu den Zeitpunkten t und $t + \tau$:[13]

$$
\begin{aligned}
W(x, t+\tau) - W(x,t) &= \frac{\partial W(x,t)}{\partial t}\tau + O(\tau^2) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n \int \delta(x - x') M_n(x, t, \tau) \\
&\quad \times W(x', t)\, \mathrm{d}x' \,/n! \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n \frac{M_n(x,t,\tau)}{n!} W(x,t). \qquad \text{(A.19)}
\end{aligned}
$$

Unter den in der vorliegenden Studie getroffenen Annahmen können die Momente M_n einer Taylor-Reihenentwicklung nach τ unterzogen werden $(n \geq 1)$. Daher gilt:

$$
\frac{M_n(x,t,\tau)}{n!} = D^{(n)}(x,t)\tau + O(\tau^2). \qquad \text{(A.20)}
$$

Darin ist $D^{(n)}(x,t)$ der Kramers-Moyal-Koeffizient n-ter Ordnung. Der τ^0 beinhaltende Term entfällt, da für $\tau = 0$ die Übergangswahrscheinlichkeit gleich dem Anfangswert

$$
P(x, t | x', t) = \delta(x - x') \qquad \text{(3.53)}
$$

ist $(M_0 = 0)$. Werden nur die in τ linearen Terme berücksichtigt, folgt das gesuchte Differential der Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$
\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n D^{(n)}(x,t) W(x,t) = \mathbf{L}_{\mathrm{KM}}\, W. \qquad \text{(A.21)}
$$

Darin ist

$$
\mathbf{L}_{\mathrm{KM}}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n D^{(n)}(x,t) \qquad \text{(A.22)}
$$

der sogenannte Kramers-Moyal-Operator.

[13] Das Polynom wird unvollständig angegeben und sein Rest mit $O(\tau^2)$ bezeichnet.

A.4 Kramers-Moyal-Koeffizienten

Dieser Anhang leitet die KM-Koeffizienten (3.59 - 3.61) her.[14] Ausgangspunkt ist die Integralgleichung

$$\zeta(t+\tau) - x = \int_t^{t+\tau} [N(\zeta(t'),t') + g(\zeta(t'),t')\Gamma(t')]\,\mathrm{d}t' \tag{A.23}$$

der Langevin-Gleichung

$$\dot{\zeta} = N(\zeta,t) + g(\zeta,t)\Gamma(t). \tag{A.24}$$

Können Drift- und Diffusionskomponente gemäß[15]

$$N(\zeta(t'),t') = N(x,t') + N'(x,t')(\zeta(t')-x) + \ldots \tag{A.25}$$

$$g(\zeta(t'),t') = g(x,t') + g'(x,t')(\zeta(t')-x) + \ldots. \tag{A.26}$$

erweitert werden, ergibt sich für die Integralgleichung:

$$\begin{aligned}\zeta(t+\tau) - x = &\int_t^{t+\tau} N(x,t')\,\mathrm{d}t' + \int_t^{t+\tau} N'(x,t')(\zeta(t')-x)\,\mathrm{d}t' + \ldots \\ &+ \int_t^{t+\tau} g(x,t')\Gamma(t')\,\mathrm{d}t' \\ &+ \int_t^{t+\tau} g'(x,t')(\zeta(t')-x)\Gamma(t')\,\mathrm{d}t' + \ldots.\end{aligned} \tag{A.27}$$

[14]Die Ausführungen folgen hauptsächlich Risken (1996, Kap. 3.3.2).

[15]Darin gelten folgende Abkürzungen: $[\partial/\partial\zeta(t')]N(\zeta(t'),t')|_{\zeta(t')=x} \equiv (\partial/\partial x)N(x,t') \equiv N'(x,t')$ und entsprechend $g'(x,t')$.

Darin läßt sich $\zeta(t') - x$ iterieren, so daß für (A.27)

$$\begin{aligned}
\zeta(t+\tau) - x = & \int_t^{t+\tau} N(x,t')\,\mathrm{d}t' + \int_t^{t+\tau} N'(x,t') \int_t^{t'} N(x,t'')\,\mathrm{d}t''\,\mathrm{d}t' \\
& + \int_t^{t+\tau} N'(x,t') \int_t^{t'} g(x,t'')\Gamma(t'')\,\mathrm{d}t''\,\mathrm{d}t' + \ldots \\
& + \int_t^{t+\tau} g(x,t')\Gamma(t')\,\mathrm{d}t' \qquad \text{(A.28)} \\
& + \int_t^{t+\tau} g'(x,t') \int_t^{t'} N(x,t'')\Gamma(t')\,\mathrm{d}t''\,\mathrm{d}t' \\
& + \int_t^{t+\tau} g'(x,t') \int_t^{t'} g(x,t'')\Gamma(t'')\Gamma(t')\,\mathrm{d}t''\,\mathrm{d}t' + \ldots
\end{aligned}$$

folgt. Häufiges Wiederholen dieses Schritts führt dazu, daß auf der rechten Seite von (A.28) nur die Störterme Γ, die bekannten Funktionen $g(x,t)$ und $N(x,t)$ sowie deren Ableitungen stehen. Wegen der Annahme, daß $\Gamma(t)$ gaußscher White-Noise ist, beträgt der Mittelwert von (A.28)

$$\begin{aligned}
\langle \zeta(t+\tau) - x \rangle = & \int_t^{t+\tau} N(x,t')\,\mathrm{d}t' \\
& + \int_t^{t+\tau} \int_t^{t'} N'(x,t')N(x,t'')\,\mathrm{d}t''\,\mathrm{d}t' + \ldots \qquad \text{(A.29)} \\
& + \int_t^{t+\tau} g'(x,t') \int_t^{t'} g(x,t'')2\delta(t''-t')\,\mathrm{d}t''\,\mathrm{d}t' + \ldots .
\end{aligned}$$

Durch Einsetzen von $\langle\Gamma(t)\rangle = 0$ und $\langle\Gamma(t)\Gamma(t')\rangle = 2\delta(t-t')$ folgt:[16]

$$\begin{aligned}\langle\zeta(t+\tau)-x\rangle = &\int_t^{t+\tau} N(x,t')\,\mathrm{d}t' \\ &+ \int_t^{t+\tau}\int_t^{t'} N'(x,t')N(x,t'')\,\mathrm{d}t''\,\,\mathrm{d}t' + \ldots \\ &+ \int_t^{t+\tau} g'(x,t')g(x,t')\,\mathrm{d}t' + \ldots .\end{aligned} \tag{A.30}$$

Im Grenzfall $\tau \to 0$ ergibt sich daraus der KM-Koeffizient erster Ordnung:

$$D^{(1)}(x,t) = N(x,t) + g'(x,t)g(x,t). \tag{A.31}$$

Die nicht in (A.30) aufgeführten Integrale gehen aus folgenden Gründen nicht in die Koeffizienten ein: In (A.28) begleitet ein Integral jedes Γ. Im Grenzfall $\tau \to 0$ müssen Terme höherer als in (A.28) angeführter Ordnung in der Beziehung

$$D^{(n)} = \frac{1}{n!}\lim_{\tau\to 0}\frac{1}{\tau}\Big\langle(\zeta(t+\tau)-x)^n\Big\rangle\Big|_{\zeta(t)=x} \tag{A.32}$$

gleich null sein. Beispielsweise gehen Integrale der Form

$$\left\langle \int_t^{t+\tau}\ldots\Gamma(t_1)\int_t^{t_1}\ldots\Gamma(t_2)\int_t^{t_2}\ldots\Gamma(t_3)\int_t^{t_3}\ldots\Gamma(t_4)\,\mathrm{d}t_1\,\,\mathrm{d}t_2\,\,\mathrm{d}t_3\,\,\mathrm{d}t_4\right\rangle \tag{A.33}$$

nur proportional zu τ^2 in (3.56) ein – im Grenzfall $\tau \to 0$ also gar nicht. Nicht mit Γ verknüpfte Integrale gehen proportional zu τ^n ein, wobei n die Anzahl der Integrale ist. Im Grenzfall $\tau \to 0$ enthält (3.56) daher nur ein

[16] Wegen $\int_t^{t'} g(x,t'')2\delta(t''-t')\,\mathrm{d}t'' = g(x,t')\int_t^{t'} 2\delta(t''-t')\,\mathrm{d}t'' = g(x,t')$.

nicht mit Γ verknüpftes Integral. Aus den Überlegungen ergeben sich für die Koeffizienten zweiter und höherer Ordnung folgende Beziehungen:

$$D^{(2)}(x,t) = \frac{1}{2}\lim_{\tau\to 0}\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\int_t^{t+\tau} g(x,t')g(x,t'')2\delta(t'-t'')\,\mathrm{d}t'\;\mathrm{d}t''$$

$$\Rightarrow D^{(2)}(x,t) = g^2(x,t);$$

$$D^{(n)}(x,t) = 0 \quad \text{für } n \geq 3.$$

A.5 Pawula-Theorem

Das Pawula-Theorem[17] besagt, daß die KM-Erweiterung bei Abbruch nach dem ersten oder zweiten Koeffizienten stets positive Werte hat.[18] Dies ist zur Interpretation als Übergangswahrscheinlichkeit erforderlich. Für die nachstehende Diskussion des Pawula-Theorems werden folgende Beziehungen benötigt:

$$\begin{aligned} M_n(x',t,\tau) &= \langle[\zeta(t+\tau)-\zeta(t)]^n\rangle|_{\zeta(t)=x'} \\ &= \int (x-x')^n P(x,t+\tau|x',t)\,\mathrm{d}x\;; \end{aligned} \tag{A.16}$$

$$\frac{M_n(x,t,\tau)}{n!} = D^{(n)}(x,t)\tau + O(\tau^2). \tag{A.20}$$

Ausgangspunkt ist die allgemeine Form der Schwartzschen Ungleichung:

$$\int\int \left(f(x)g(y)-f(y)g(x)\right)^2 P(x)P(y)\,\mathrm{d}x\;\;\mathrm{d}y\; \geq 0 \Rightarrow$$

$$\left(\int f(x)g(x)P(x)\,\mathrm{d}x\right)^2 \leq \int f^2(x)P(x)\,\mathrm{d}x \int g^2(x)P(x)\,\mathrm{d}x\,. \tag{A.34}$$

Darin ist $P(x)$ eine nicht negative Funktion, $f(x)$ und $g(x)$ sind beliebig wählbare Funktionen. Seien

$$f(x) = (x-x')^n, \tag{A.35}$$

$$g(x) = (x-x')^{n+m} \quad \text{und} \tag{A.36}$$

---

[17] Pawula (1967).

[18] Siehe zu den folgenden Ausführungen auch Risken (1996, S. 70 f. u.77 ff.).

$$P(x) = P(x, t+\tau|x', t'), \quad \text{mit } n, m \geq 0. \tag{A.37}$$

Wegen (A.34) folgt daraus für die Momente (A.16):

$$M_{2n+m}^2 \leq M_{2n}M_{2n+2m} \quad \text{wenn } n, m \geq 0 \text{ und} \tag{A.38}$$

$$M_m^2 \leq M_{2n+2m} \quad \text{wenn } n = 0. \tag{A.39}$$

Beziehung (A.39) ist für $m = 0$ erfüllt ($M_0 = 1$). Bei $m \geq 1$ folgt aus (A.39) keine Beschränkung hinsichtlich der kurzfristigen Expansionskoeffizienten $D^{(n)}$ der Momente M_n in Gleichung (A.20). (A.39) ist unter der Bedingung $m = 0$ für beliebige n erfüllt. Daher muß (A.38) lediglich für den Fall $n \geq 1$ und $m \geq 1$ eingehend untersucht werden. Einsetzen von (A.20) in (A.38), Division des Resultats mit τ^2 und Grenzwertbildung ($\tau \rightarrow 0$) ergibt für die Expansionskoeffizienten $D^{(n)}$ folgende Ungleichung ($n, m \geq 1$):

$$\left((2n+m)!D^{(2n+m)}\right)^2 \leq (2n)!(2n+2m)!D^{(2n)}D^{(2n+2m)}. \tag{A.40}$$

Wenn $D^{(2n)}$ null ist, muß auch $D^{(2n+2m)}$ null sein, d.h.

$$D^{(2n)} = 0 \Rightarrow D^{(2n+1)} = D^{(2n+2)} = \ldots = 0, \quad n \geq 1. \tag{A.41}$$

Ferner muß $D^{(2n+m)}$ gleich null sein, wenn $D^{(2n+2m)}$ gleich null ist:

$$D^{(2r)} = 0 \Rightarrow D^{(r+n)} = 0, \quad n = 1, \ldots, r-1, \quad \text{d.h.}$$

$$D^{(2r-1)} = \ldots = D^{(r+1)} = 0, \quad r \geq 2. \tag{A.42}$$

Aus (A.41) und der wiederholten Anwendung von (A.42) folgt, daß alle Koeffizienten $D^{(n)}$ mit $n \geq 3$ gleich null sind, wenn ein beliebiges $D^{(2r)}$ für $r \geq 1$ gleich null ist. Formal gelten:

$$D^{(2r)} = 0 \Rightarrow D^{(3)} = D^{(4)} \ldots = 0, \quad r \geq 1. \tag{A.43}$$

Das Pawula-Theorem folgt unmittelbar aus diesen Beziehungen.[19]

[19]Im Gegensatz zur letztgenannten Beziehung führt bei geradzahligen Koeffizienten ein ungerader Koeffizient, der im Grenzfall null wird, nicht zu Restriktionen.

Nachfolgend werden am Beispiel des Poisson-Prozesses Näherungen der KM-Erweiterung (3.54) untersucht.[20] Die zum Poisson-Prozeß gehörende Mastergleichung (3.63) lautet:[21]

$$\dot{W}(m,t) = \mu W(m-1,t) - \mu W(m,t). \tag{A.44}$$

Mit dem Anfangswert $W(m,0) = \delta_{m,0}$ ist deren Lösung die Poisson-Verteilung:

$$W(m,t) = \frac{\tau^m e^{(-\tau)}}{m!} \quad \text{mit} \quad \tau = \mu t. \tag{A.45}$$

Wird m durch die kontinuierliche Variable x (mit $-\infty < x < \infty$) substituiert und $W(x-1,t)$ in eine Taylor-Reihe erweitert, ergibt sich folgende KM-Expansion:

$$\dot{W}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n \frac{W(x,t)}{n!}; \tag{A.46}$$

beziehungsweise durch trunktieren nach dem N-ten Term:

$$\dot{W}_N(x,t) = \sum_{n=1}^{N} \mu \left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n \frac{W_N(x,t)}{n!}. \tag{A.47}$$

Auflösen von (A.47) nach x mittels Fourier-Transformation führt unter der Anfangsbedingung $W(x,0) = \delta(x)$ zu folgender Dichtefunktion:

$$W_n(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(ikx + \sum_{n=1}^{N} \frac{(-ik)^n \mu t}{n!}\right) \mathrm{d}k\,. \tag{A.48}$$

Speziell für $N = 1$ und $N = 2$ gelten:

$$W_1(x,t) = \delta(x-\tau) \quad \text{und} \tag{A.49}$$

$$W_2(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau}} \exp\left(-\frac{(x-\tau)^2}{2\tau}\right). \tag{A.50}$$

[20] Vgl. Risken und Vollmer (1979).

[21] Der Poisson-Prozeß ist ein Sonderfall des Geburts-Todes-Prozesses: $l = 1$, $x_m = m \geq 0$, $G(m) = \mu$, $R(m) = 0$. Siehe auch Abschnitt 3.3.

Die Integration in (A.48) ist für höhere als zweite Ordnungen nicht auf analytischem Wege möglich. Deshalb soll die Beziehung in ihre reelle Form überführt werde:[22]

$$W_N(x,t) = \frac{1}{n}\int_0^\infty \exp\left(\sum_{m=1}^{N/2} \frac{(-k^2)^n \tau}{(2\pi)!}\right) \times \cos\left(kx - k\tau \sum_{n=0}^{(N-1)/2} \frac{(-k^2)^n}{(2\pi+1)!}\right) dk. \tag{A.51}$$

Wegen der Exponentialfunktion in (A.48) existieren nur für $N = 1, 2, 3, 6, 7, 10, 11, \ldots$ Näherungen. Zum direkten Vergleich von (A.51) mit der exakten Beziehung (A.45) soll die diskrete Realisation m des Poisson-Prozesses (A.45) aus praktischen Gründen als stetige Variable aufgefaßt werden. Dann ist[23]

$$W(x,t) = \frac{\tau^x e^{-\tau}}{\Gamma(x+1)} \tag{A.52}$$

als exakte Lösung anzusetzen. Diese Beziehung stimmt für $x \geq 0$ mit (A.45) überein.

Abbildung A.1 zeigt die exakte Lösung (A.52) mit einigen Näherungen zweiter und höherer Ordnungen. Augenscheinlich sind W_2 und W_3 im gesamten abgebildeten Bereich positiv, wobei W_3 deutlich näher an der exakten Lösung liegt. Näherungen höherer als siebter Ordnung (hier W_{11}) weichen deutlich von der exakten Lösung (W_{ex}) ab. Die Näherung der Dichtefunktion (A.48) scheint daher eine semi-konvergente Reihe zu sein, die nur für $\tau \to \infty$ im strengen Sinne konvergiert.

Als Ergebnis ist festzuhalten, daß für bestimmte Parameter eines Wahrscheinlichkeitsprozesses (hier des Poisson-Prozesses) der negative Bereich von Näherungen höherer als zweiter Ordnung ($N \geq 3$) in der relevanten Region der Variablen sehr klein sein kann. Die Lösung der FP-Gleichung (3.69), $N = 2$, weicht dann von der exakten Lösung wesentlich stärker ab als

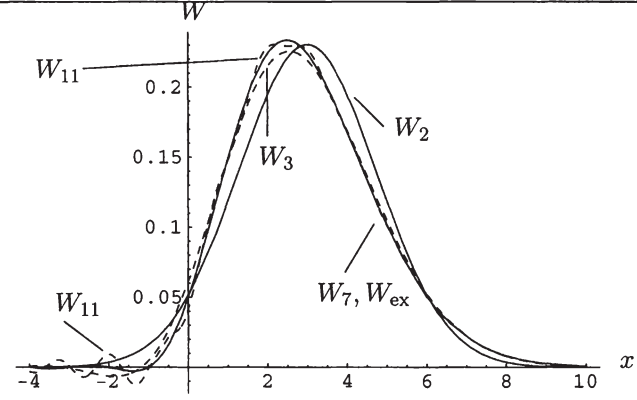
---

[22] Darin bezeichnet $[a]$ den ganzzahligen Teil der Zahl a. Die Summe ist fortzulassen, wenn der untere Index größer als der obere ist.

[23] Dabei ist $\Gamma(x)$ die Gamma-Funktion $(\int_0^\infty \exp(t) t^{x-1} dt)$. Es gelten $n! = \Gamma(n+1)$ und $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$.



Abbildung A.1 Poissonverteilung und Näherungen



die KM-Expansion (3.54) für ein geeignetes $N \geq 3$. Da das Konvergenzverhalten von (A.51) offenbar asympotisch ist, sollte N nicht zu groß gewählt werden. Den „korrekten" Wert für N zu ermitteln scheitert im praktischen Anwendungsfall meist daran, daß die exakte Lösung nicht (wie im erörterten Beispiel) hinreichend genau beschrieben werden kann.

A.6 Konvergenzverhalten von Lösungen der Fokker-Planck-Gleichung

Zwei beliebige Lösungen einer FP-Gleichung nähern sich über einen langen Zeitraum hinweg einander an, wenn die FP-Koeffizienten und die Grenzbedingungen bestimmte Eigenschaften haben.[24] Zum Beweis[25] wird ein Funktional $H(t)$ zweier Funktionen definiert, das im Zeitablauf nur dann eine

[24]Sind Drift- und Diffusionskoeffizient zeitunabhängig, ist die Grenzlösung die stationäre Lösung der FP-Gleichung. Siehe Abschnitt 3.3.

[25]Der vorgestellte Beweis gilt für FP-Gleichungen mit N Variablen. Er beruht auf Graham (1973); Lebowitz und Bergmann (1957). Vgl. zum folgenden insbesondere Risken (1996, Kap. 6.1)

negative erste Ableitung nach der Zeit hat, wenn die beiden Funktionen verschiedene Werte haben.[26]

$$H(t) = \int W_1 \ln\left(\frac{W_1}{W_2}\right) \mathrm{d}^N x$$
$$= \int (W_1 \ln W_1 - W_1 \ln W_2)\, \mathrm{d}^N x. \tag{A.53}$$

Der Beweis ist erbracht, wenn $H(t)$ keine negativen Werte annimmt. Die Funktionen W_1 und W_2 sind positive Lösungen der FP-Gleichung, die der natürlichen Grenzbedingung[27] unterliegen sollen. Beide Lösungen seien auf den Wert Eins normiert:

$$\int W_1\, \mathrm{d}^N x = \int W_2\, \mathrm{d}^N x = 1. \tag{A.54}$$

Ferner wird angenommen, daß die Driftkoeffizienten keine Singularitäten aufweisen und keine Lösungen der FP-Gleichung implizieren, die sich dem Unendlichen nähern.

Für den ersten Beweisschritt sei daran erinnert, daß allgemein

$$R \ln R - R + 1 = \int_1^R \ln x\, \mathrm{d}x \geq 0, \quad \text{mit } R \equiv \frac{W_1}{W_2} \geq 0 \tag{A.55}$$

gilt. Anwenden dieser Beziehung auf die Normierungsbedingung (A.54) zeigt, daß $H(t)$ keine negativen Werte hat:

$$H(t) = \int W_1 \ln R\, \mathrm{d}^N x$$
$$= \int (W_1 \ln R - W_1 + W_2)\, \mathrm{d}^N x$$
$$= \int W_2 (R \ln R - R + 1)\, \mathrm{d}^N x \geq 0. \tag{A.56}$$

[26]Es wird angenommen, daß das Integral in $H(t)$ existiert. Dies schließt z.B. δ-Funktionen für W_1 und W_2 aus.

[27]Formal: $x_{\min} \to -\infty$ und $x_{\max} \to +\infty$.

In einem zweiten Schritt ist zu beweisen, daß $H(t)$ im Zeitablauf abnimmt. Mit anderen Worten, die erste Ableitung von $H(t)$ nach der Zeit ist negativ:[28]

$$\begin{aligned}\dot{H}(t) &= \int \left[\dot{W}_1 \ln\left(\frac{W_1}{W_2}\right) + \left(\frac{W_1}{W_2}\right)\dot{W}_1 - \left(\frac{W_1}{W_2}\right)\dot{W}_2\right] \mathrm{d}^N x \\ &= \int (\dot{W}_1 \ln R - R\dot{W}_2)\, \mathrm{d}^N x \\ &= \int [(\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}\, W_1) \ln R - R\dot{W}_2]\, \mathrm{d}^N x \\ &= \int (W_1 \mathbf{L}_{\mathrm{FP}}^{+} \ln R - R\dot{W}_2)\, \mathrm{d}^N x. \end{aligned} \tag{A.57}$$

Darin ist[29]

$$\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}^{+} \ln R = \left(D_i + D_{ij}\frac{\partial}{\partial x_j}\right)\frac{\partial}{\partial x_i} \ln R$$

$$= \left(D_i + D_{ij}\frac{\partial}{\partial x_j}\right)\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial x_i} \tag{A.58}$$

$$= \frac{1}{R}\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}^{+} R - D_{ij}\frac{1}{R^2}\frac{\partial R}{\partial x_j}\frac{\partial R}{\partial x_i} \tag{A.59}$$

der adjunkte[30] FP-Operator. In die obige Beziehung für $\dot{H}(t)$ eingesetzt folgt daraus:

$$\dot{H}(t) = \int \left(\frac{W_1}{R}\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}^{+} R - R\dot{W}_2\right) \mathrm{d}^N x - \int W_1 D_{ij}\frac{1}{R^2}\frac{\partial R}{\partial x_i}\frac{\partial R}{\partial x_j}\, \mathrm{d}^N x$$

[28] Das Integral $\int \dot{W}_1\, \mathrm{d}^N x = (\mathrm{d}/\mathrm{d}t)\int W_1\, \mathrm{d}^N x$ ist gleich null.

[29] Es sind

$$D_i(\{x\}, t) = \lim_{\tau \to 0}\frac{1}{\tau}\langle \xi_i(t+\tau) - \xi_i(t)\rangle \Big|_{\xi_k(t)=x_k}$$

der Driftvektor und

$$\begin{aligned} D_{ij}(\{x\}, t) &= D_{ji}(\{x\}, t) \\ &= \frac{1}{2}\lim_{\tau \to 0}\frac{1}{\tau}\langle [\xi_i(t+\tau) - \xi_i(t)][\xi_j(t+\tau) - \xi_j(t)]\rangle \Big|_{\xi_k(t)=x_k} \end{aligned}$$

die Diffusionsmatrix. Die Bedingung $\xi_k(t) = x_k$ besagt, daß die stochastische Variable ξ_k zum Zeitpunkt t den scharfgipfligen Wert x_k haben soll ($k = 1, 2, \ldots, N$). Die Diffusionsmatrix ist symmetrisch und wegen $\tau > 0$ in jedem Fall semidefinit. Im vorliegenden Beweis wird sie als positiv definit angenommen, d.h. es gilt $D_{ij}\alpha_i\alpha_j > 0$, wobei α ein beliebiger Vektor mit $\alpha_i, \alpha_j > 0$ ist. Deshalb hat die Diffusionsmatrix stets eine Inverse.

[30] Vgl. Abschnitt 3.2.3.

$$= \int (R\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}^{+} W_2 - R\dot{W}_2)\,\mathrm{d}^N x - \int W_1 D_{ij} \frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial x_i}\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial x_j}\,\mathrm{d}^N x$$

$$= -\int W_1 D_{ij} \frac{\partial \ln R}{\partial x_i}\frac{\partial \ln R}{\partial x_j}\,\mathrm{d}^N x \leq 0. \tag{A.60}$$

Demzufolge nimmt $\dot{H}(t)$ für $\partial \ln R/\partial x_i \neq 0$ streng monoton ab, sofern D_{ij} – wie hier unterstellt – positiv definit ist. Da $H(t)$ nicht negativ werden kann, hat $H(t)$ im Zeitablauf immer kleinere Werte, so daß letztendlich $\ln R$ und R von der Folge der Realisationen der Zufallsvariablen $\{x\}$ unabhängig sind. Wegen der Normierung ist R für $t \to \infty$ gleich eins, und es gilt $H(t) = 0$. Deshalb stimmen beliebige Lösungen W_1 und W_2 der FP-Gleichung nach längerer Zeit überein – wie eingangs behauptet. Das Ergebnis gilt unabhängig davon, ob die Drift- und Diffusionskoeffizienten zeitabhängig sind. Sind die Koeffizienten keine Funktion der Zeit, kann eine stationäre Lösung $\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}\, W_{\mathrm{st}} = 0$ der FP-Gleichung existieren. Wegen $\dot{H}(t) = 0$ ist die stationäre Lösung eindeutig, und alle anderen Funktionen stimmen nach einer bestimmten Zeit T mit ihr überein. Der Zeitraum T ist insbesondere dann sehr lang, wenn eine hohe Potentialbarriere existiert.[31]

A.7 Sprungbedingungen

Angenommen, die Potentialfunktion

$$\Phi(x) = \ln D^{(2)}(x) - \int^{x} \frac{D^{(1)}(x')}{D^{(2)}(x')} dx' \tag{3.77}$$

hat im Punkt $x = 0$ eine endliche[32] Sprungstelle.[33] Ist ferner die Ableitung der Wahrscheinlichkeitsdichte nach der Zeit beim Wert $x = 0$ finit, folgt aus der Kontinuitätsgleichung

$$\mathfrak{S}(x,t) = -D^{(2)}(x) e^{-\Phi(x)} \frac{\partial}{\partial x} [e^{\Phi(x)} W(x,t)] \tag{A.92}$$

[31]Siehe Abschnitt 3.3.

[32]Ursache einer endlichen Sprungstelle der Potentialfunktion ist entweder ein finiter Sprung des Diffusionskoeffizienten oder eine δ-Funktion-Singularität des Driftkoeffizienten.

[33]Der vorliegende Anhang folgt weitgehend Risken (1996, Kap 5.6).

die erste von zwei Sprungbedingungen:[34]

$$\mathfrak{S}(+0,t) = -D^{(2)}(+0)\left[\frac{\partial}{\partial x}\Phi(+0)W(+0,t) + \frac{\partial}{\partial x}(+0,t)\right] = \mathfrak{S}(-0,t)$$

$$= -D^{(2)}(-0)\left[\frac{\partial}{\partial x}\Phi(-0)W(-0,t) + \tfrac{\partial}{\partial x}W(-0,t)\right]. \qquad \text{(A.61)}$$

Aus (3.77) ergibt sich außerdem der Ausdruck

$$\frac{\partial}{\partial x}[e^{\Phi(x)}W(x,t)] = -\frac{\mathfrak{S}(x,t)e^{\Phi(x)}}{D^{(2)}(x)}, \qquad \text{(A.62)}$$

dessen Integration

$$e^{\Phi(+0)}W(+0,t) - e^{\Phi(-0)}W(-0,t) = -\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}\frac{\mathfrak{S}(x,t)e^{\Phi(x)}}{D^{(2)}(x)} \qquad \text{(A.63)}$$

ergibt. Weil nur finite Sprünge des Potentials zugelassen werden und der Diffusionskoeffizient annahmegemäß streng positiv ist, konvergiert das Integral im Grenzfall $\varepsilon \to 0$ gegen null, so daß die zweite Sprungbedingung der Wahrscheinlichkeitsdichte wie folgt lautet:

$$e^{\Phi(+0)}W(+0,t) = e^{\Phi(-0)}W(-0,t). \qquad \text{(A.64)}$$

Im Fall infiniter Sprünge an den Grenzen $x_{\max}$ beziehungsweise $x_{\min}$ ist das Integral in (3.77) für $x \leq x_{\max}$ finit und soll einen positiv infiniten Wert für Werte $x > x_{\max}$ haben. Diese Annahmen verhindern eine Diffusion des Zufallsprozesses in den Wertebereich $x > x_{\max}$. Der Wahrscheinlichkeitsstrom (3.77) ist im Punkt $x = x_{\max}$ gleich null, so daß folgende Sprungbedingung gilt:

$$\frac{\partial}{\partial x}\Phi(x_{\max})W(x_{\max},t) = -\frac{\partial}{\partial x}W(x_{\max},t). \qquad \text{(A.65)}$$

Wenn das Integral in (3.77) im Bereich $x \leq x_{\max}$ finit ist, aber für $x > x_{\max}$ einen negativ infiniten Wert hat, ergibt sich unter der Voraussetzung, daß die

[34]Der Grenzwert $\lim_{\varepsilon\to 0} f(\pm|\varepsilon|)$ wird mit $f(\pm 0)$ abgekürzt.

Dichte $W(x,t)$ im Bereich $x > x_{\max}$ finit ist, wegen (A.64) folgende Sprungbedingung:[35]

$$e^{\Phi(x_{\max}-0)}W(x_{\max}-0,t) = 0. \tag{A.66}$$

Sie reduziert sich für finite $\Phi(x_{\max}-0)$ auf folgende Sprungbedingung:

$$W(x_{\max}-0,t) = 0. \tag{A.67}$$

A.8 Separationsansatz

Die Aufgabenstellung der vorliegenden Studie läßt nicht zu, alle Eigenschaften nicht stationärer Lösungen von FP-Gleichungen abschließend darzulegen. Dazu wäre eine zu hohe Anzahl unterschiedlicher Potentialfunktionen zu betrachten. Gleichwohl möchte der vorliegende Anhang ein Verfahren skizzieren, das – zumindest auf numerischem Wege – erlaubt, alle Lösungen einer FP-Gleichung – die stationäre Lösung und die nicht stationären Lösungen – zu ermitteln. Dazu wird in einem ersten Schritt der FP-Operator als Operator einer Eigengleichung formuliert. Orthogonalität und Abgeschlossenheit der Eigenfunktionen sind nachzuweisen. Der zweite Schritt zeigt, daß die Eigenwerte, also die Lösungen der FP-Gleichung, positiv sind. Die stationäre Lösung ist ein Spezialfall mit dem Eigenwert $\lambda_0 = 0$. Der dritte und letzte Lösungsschritt leitet die Dichtefunktion der Übergangswahrscheinlichkeit sowie die gemeinsame Dichtefunktion[36] her.[37]

Um alle Lösungen der FP-Gleichung (3.69) zu bestimmen, muß sie ohne die in Abschnitt 3.3 getroffenen einschränkenden Annahmen, die zur stationären Lösung führen, gelöst werden. Dazu dient folgender Separationsansatz:

$$W(x,t) = \varphi(x)e^{-\lambda t}. \tag{A.68}$$

[35]Im Grenzfall $x \to x_{\max}$ ist $e^{\Phi}W$ gleich null.
[36]„Joint probability distribution".
[37]Vgl. zum folgenden insesondere Risken (1996).

Darin sind $\varphi(x)$ die Eigenfunktionen und λ die Eigenwerte des FP-Operators und unterliegen den in Abschnitt 3.3 besprochenen Grenzbedingungen. Die Lösung von (A.68) ist:

$$\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}\, \varphi(x) = -\lambda\varphi(x). \tag{A.69}$$

Die Eigenfunktionen des FP-Operators sind orthogonal und die zugehörigen Eigenwerte sind positiv. Diese Eigenschaft kann nachgewiesen werden, wenn der FP-Operator[38]

$$\mathbf{L}_{\mathrm{FP}} = \frac{\partial}{\partial x} D^{(2)}(x) e^{-\Phi(x)} \frac{\partial}{\partial x} e^{\Phi(x)} \tag{A.70}$$

in einen Hermite-Operator[39] überführt werden. Unterliegen zwei Dichtefunktionen W_1 und W_2 den selben, in Abschnitt 3.3 besprochenen Grenzbedingungen, gilt folgende Beziehung:[40]

$$\int\limits_{x_{\min}}^{x_{\max}} W_1 e^{\Phi}\, \mathbf{L}_{\mathrm{FP}}\, W_2\, \mathrm{d}x \;=\; \int\limits_{x_{\min}}^{x_{\max}} W_1 e^{\Phi} \frac{\partial}{\partial x} d^{(2)} e^{-\Phi} \frac{\partial}{\partial x} e^{\Phi} E_2\, \mathrm{d}x$$

[38]In der hier angegebenen Form des FP-Operators wurde der von x abhängige Diffusionskoeffizient in eine beliebig wählbare Konstante $D > 0$ transformiert. Dies ist nur unter der Annahme eines zeitunabhängigen Drift- und Diffusionskoeffizienten möglich. Vgl. Anhang A.9.

[39]Das Hermite-Polynom

$$H_n(x) = \sum_{k=0}^{m} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{n!}{(n-2k)!} (2x)^{n-2k} = (-1)^n e^{(x)^2} \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n} e^{(-x^2)}, \quad m = \mathrm{Int}\left[\frac{n}{2}\right]$$

ist die Lösung der Differentialgleichung: $y'' - 2xy' + 2ny = 0 \quad n = 0, 1, 2, \ldots$

[40]Die dritte und vierte Zeile können durch partielle Integration hergeleitet werden. Dabei sind folgende Beziehungen zu beachten:

$$W_1 e^{\Phi} D^{(2)} e^{-\Phi} \frac{\partial}{\partial x} e^{\Phi} W_2 |_{x_{\min}}^{x_{\max}} = -W_1 e^{\Phi} \mathfrak{S}_2 |_{x_{\min}}^{x_{\max}} = 0$$

bzw.

$$W_2 e^{\Phi} D^{(2)} e^{-\Phi} \frac{\partial}{\partial x} e^{\Phi} W_1 |_{x_{\min}}^{x_{\max}} = -W_2 e^{\Phi} \mathfrak{S}_1 |_{x_{\min}}^{x_{\max}} = 0.$$

$$= -\int_{x_{\text{min}}}^{x_{\text{max}}} \left[\frac{\partial}{\partial x} W_1 e^{\Phi}\right] D^{(2)} e^{-\Phi} \left[\frac{\partial}{\partial x} e^{\Phi} W_2\right] \,\mathrm{d}x$$

$$= \int_{x_{\text{min}}}^{x_{\text{max}}} W_2 e^{\Phi} \frac{\partial}{\partial x} D^{(2)} e^{-\Phi} \frac{\partial}{\partial x} W_1 e^{\Phi} \,\mathrm{d}x$$

$$= \int_{x_{\text{min}}}^{x_{\text{max}}} W_2 e^{\Phi} \,\mathbf{L}_{\text{FP}}\, W_1 \,\mathrm{d}x \,. \tag{A.71}$$

Daher sind für alle Grenzbedingungen die Adjunkte des Operators $e^{\Phi}\,\mathbf{L}_{\text{FP}}$,

$$(e^{\Phi}\,\mathbf{L}_{\text{FP}})^{+} \equiv \mathbf{L}_{\text{FP}}^{+} e^{\Phi} = e^{\Phi}\,\mathbf{L}_{\text{FP}}, \tag{A.72}$$

und der transformierte FP-Operator

$$\mathbf{L} = e^{-\Phi/2} e^{\Phi}\,\mathbf{L}_{\text{FP}}\, e^{-\Phi/2} = e^{\Phi/2}\,\mathbf{L}_{\text{FP}}\, e^{-\Phi/2} \tag{A.73}$$

Hermite-Operatoren. Sind $\varphi(x)$ die Eigenfunktionen des FP-Operators mit dem Eigenwert λ_n, dann sind die Funktionen

$$\psi_n(x) = e^{\Phi(x)/2} \varphi_n(x) \tag{A.74}$$

Eigenfunktionen von $\mathbf{L}$ mit denselben Eigenwerten λ_n:

$$\mathbf{L}\psi_n = -\lambda_n \psi_n. \tag{A.75}$$

Dabei werden hier und im folgenden diskrete[41] Eigenwerte unterstellt. Da $\mathbf{L}$ ein Hermite-Operator ist, sind die Eigenwerte real, und zwei Eigenfunktionen ψ_1 und ψ_2 mit verschiedenen Eigenwerten $\lambda_1 \neq \lambda_2$ sind orthogonal. Nach Normalisierung der Eigenfunktionen folgt daraus die Orthonormalitäts-Beziehung:

$$\int_{x_{\text{min}}}^{x_{\text{max}}} \psi_n \psi_m \,\mathrm{d}x = \int_{x_{\text{min}}}^{x_{\text{max}}} e^{\Phi} \varphi_n \varphi_m \,\mathrm{d}x = \delta_{nm}. \tag{A.76}$$

[41] Grundsätzlich können die Eigenwerte diskret oder stetig sein, wobei die Kombination beider Fälle zulässig ist. Bei stetigen Eigenwerten müssen das Kronecker-Symbol δ_{nm} durch die δ-Funktion und die Summation durch Integration ersetzt werden.

Einsetzen von $W_1 = W_2 = \varphi_n(x)$ in die erste und dritte Zeile von (A.71) und anschließendes Einsetzen von (A.70) ergibt:

$$\begin{aligned}\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \varphi_n e^{\Phi} \, \mathbf{L}_{\mathrm{FP}} \, \varphi_n \, \mathrm{d}x &= \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \psi_n \mathbf{L} \psi_n \, \mathrm{d}x = -\lambda_n \\ &= -\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \left(\frac{\partial}{\partial x} \psi_n e^{\Phi/2}\right)^2 D^{(2)} e^{-\Phi} \, \mathrm{d}x \leq 0. \quad \text{(A.77)}\end{aligned}$$

Ein Spezialfall dieser Beziehung ist die stationäre Lösung der FP-Gleichung:

$$\psi_0(x) = \sqrt{N_K} e^{-\Phi(x)/2}, \quad \lambda_0 = 0. \quad \text{(A.78)}$$

Alle Eigenwerte nicht stationärer Lösungen sind größer als null: λ_n $(n \geq 1)$. Die Eigenfunktionen (ψ_n beziehungsweise φ_n) sind abgeschlossen, d.h. es gilt folgende Beziehung:[42]

$$\begin{aligned}\delta(x - x') &= \sum_n \psi_n(x) \psi_n(x') \\ &= e^{\Phi(x)/2 + \Phi(x')/2} \sum_n \varphi_n(x) \varphi_n(x') \\ &= e^{\Phi(x)} \sum_n \varphi_n(x) \varphi_n(x') \\ &= e^{\Phi(x')} \sum_n \varphi_n(x) \varphi_n(x'). \quad \text{(A.79)}\end{aligned}$$

Ferner ist die Übergangswahrscheinlichkeit $P(x, t|x', t')$ als Dichte $W(x, t)$ mit der Anfangsbedingung $W(x, t') = \delta(x - x')$ interpretierbar. Sie gehorcht daher ebenfalls der KM-Erweiterung (3.54), d.h. es gilt

$$\frac{\partial P(x, t|x', t')}{\partial t} = \mathbf{L}_{\mathrm{FP}}(x, t) P(x, t|x', t'), \quad \text{(A.80)}$$

[42] Eigenfunktionen von Hermite-Operatoren sind gewöhnlich abgeschlossen. Vgl. Risken (1996, S. 105).

wobei (3.53) die Anfangsbedingung ist. Die formale Lösung dieser Differentialgleichung lautet:

$$P(x,t|x',t') = e^{\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}(x)(t-t')}\delta(x-x'). \tag{A.81}$$

Einsetzen von (A.79) in (A.81) ergibt folgende Dichtefunktion der Übergangswahrscheinlichkeiten ($t \geq t'$):

$$\begin{aligned} P(x,t|x',t') &= e^{\Phi(x')}\sum_n e^{\mathbf{L}_{\mathrm{FP}}(x)(t-t')}\varphi_n(x)\varphi_n(x') \\ &= e^{\Phi(x')/2-\Phi(x)/2}\sum_n \psi_n(x)\psi_n(x')e^{-\lambda_n(t-t')}. \end{aligned} \tag{A.82}$$

Wenn die stationäre Verteilung $P_{\mathrm{st}}(x) = [\psi_0(x)]^2$ existiert, dann ist

$$W_2(x,t;x',t') = \psi_0(x)\psi_0(x')\sum_n \psi_n(x)\psi_n(x')e^{-\lambda|t-t'|} \tag{A.83}$$

die gemeinsame Dichtefunktion der Zufallsvariablen $\zeta(t)$ und $\zeta(t')$. Die Symmetrie von $W_2(x,t;x',t')$ und $W_2(x',t';x,t)$ ist daraus unmittelbar ersichtlich.[43] Die Eigenwerte werden gewöhnlich in aufsteigender Folge $0 \leq \lambda_0 < \lambda_1 < \ldots$ angeordnet. Die erste Eigenfunktion ψ_0 besitzt kein Null-Element, die nächste Eigenfunktion ψ_1 ein Null-Element usw. Für die in Abschnitt 3.3 genannten Grenzbedingungen tritt keine Degeneration auf. Im Fall der in Abschnitt 4.3 diskutierten periodischen Grenzbedingungen ist dies aber möglich.

A.9 Normierung

Die FP-Gleichung

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \left[-\frac{\partial}{\partial x}D^{(1)}(x) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}D^{(2)}(x)\right]W \tag{A.84}$$

hat einen von den Realisationen x des Zufallsprozesses abhängigen Diffusionskoeffizienten, was die Herleitung weiterführender Beziehungen oftmals

[43] $W_2(x,t;x',t') = W_2(x',t';x,t)$.

behindert. Für den Fall zeitunabhängiger Drift- und Diffusionskoeffizienten kann aber der von x abhängige Diffusionskoeffizient $D^{(2)}(x)$ in eine beliebig wählbare Konstante $D > 0$ transformiert werden.[44] Dazu ist x durch die transformierte Variable $x' \equiv y = y(x)$ zu ersetzen. Der transformierte Diffusionskoeffizient lautet:

$$D'^{(2)} \equiv D = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 D^{(2)}(x) \tag{A.85}$$

und die geeignete Transformationsvariable ist

$$y = y(x) = \int_{x_0}^{x} \sqrt{\frac{D}{D^{(2)}(\zeta)}}\, \mathrm{d}\zeta\,, \tag{A.86}$$

wobei x_0 die anfängliche Realisation von ζ bezeichnet. Der transformierte Driftkoeffizient (A.87) und die transformierte FP-Gleichung (A.88) folgen den Beziehungen:

$$\begin{aligned} D'^{(1)}(y) &= \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} D^{(1)}(x) + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} D^{(2)}(x) \\ &= \sqrt{\frac{D}{D^{(2)}(x)}} \left(D^{(1)}(x) - \frac{1}{2} \frac{\mathrm{d}D^{(2)}(x)}{\mathrm{d}x} \right); \end{aligned} \tag{A.87}$$

$$\frac{\partial W'(y,t)}{\partial t} = \left(-\frac{\partial}{\partial y} D'^{(1)}(y) + D \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) W'(y,t). \tag{A.88}$$

Darin ist die transformierte Dichte W' das Produkt der alten Dichte W und der Jacobi-Matrix J:

$$W' = J \cdot W = \frac{W}{dy/dx} = \sqrt{\frac{D^{(2)}(x)}{D}} W. \tag{A.89}$$

[44]Die Ausführungen in diesem Anhang behandeln den Fall einer Variablen x. Ein vergleichbares Vorgehen ist auch für N Variablen möglich. Vgl. dazu und zu den vorliegenden Ausführungen Risken (1996, Kap. 4.9 u. 5.2).

Wird in der transformierten FP-Gleichung die Variable $x = x(y)$ gemäß (A.86) ersetzt, ergibt sich die gesuchte FP-Gleichung mit konstanter Drift $D > 0$:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial x} f'(x) + D\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) W = -\frac{\partial}{\partial x}\mathfrak{S}(x,t). \tag{A.90}$$

Das Potential

$$\mathfrak{f}(x) = -\int^{x} D^{(1)}(x')dx' \tag{A.91}$$

hängt nur noch von x' ab. In Abschnitt 3.3 werden folgende Beziehungen für die stationäre Lösung der FP-Gleichung genannt:

$$W_{\text{st}} = \frac{N_0}{D^{(2)}(x)} \exp\left(\int^{x} \frac{D^{(1)}(x')}{D^{(2)}(x')}dx'\right) = Ne^{-\Phi(x)} \tag{3.76}$$

mit der Potentialfunktion

$$\Phi(x) = \ln D^{(2)}(x) - \int^{x} \frac{D^{(1)}(x')}{D^{(2)}(x')}dx'. \tag{3.77}$$

Letztere vereinfacht sich im transformierten Fall zu $\Phi(x) = \mathfrak{f}(x)/D$, weil das Potential (3.77) nur bis auf die beliebig wählbare additive Konstante D definiert ist und der Term $\ln D^{(2)}$ deshalb entfällt. Die Beziehung für den Wahrscheinlichkeitsstrom vereinfacht sich zu:[45]

$$\mathfrak{S}(x,t) = -D^{(2)}(x)e^{-\Phi(x)}\frac{\partial}{\partial x}[e^{\Phi(x)}W(x,t)]. \tag{A.92}$$

Im stationären Fall gilt für beliebige $\mathfrak{S}$:

$$W_{\text{st}}(x) = Ne^{-\Phi(x)} - \mathfrak{S}e^{-\Phi(x)}\int^{x} \frac{e^{\Phi(x')}}{D^{(2)}(x')}\,dx'\,. \tag{A.93}$$

[45]Vgl. Risken (1996, Kap. 5.2).

Darin ist N eine Integrationskonstante. Da der Wahrscheinlichkeitsstrom $\mathfrak{S}$ im stationären Zustand konstant ist, kann er ebenfalls willkürlich gewählt werden. Die für N und $\mathfrak{S}$ festzusetzenden Werte bestimmen sich nach der Grenzbedingung[46] bezüglich x und der folgenden Normierungsbedingung:

$$\int W_{\mathrm{st}}(x)\,\mathrm{d}x = 1. \tag{A.94}$$

Literaturverzeichnis

Adams, C. und R. S. Boyer (1986). Efficiency and a Simple Model of Exchange-Rate Determination. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 5, S. 285–302.

Admanti, A. und P. Pfleiderer (1998). A Theory of Intraday Patterns. *Review of Financial Studies*, Jg. 1, S. 3–40.

Agénor, P.-R., J. S. Bhandari und R. P. Flood (1992). Speculative Attacks and Models of Balance of Payments Crises. *IMF Staff Papers*, Jg. 39, S. 357–394.

Aghion, P., P. Bacchetta und A. Bannerjee (1999a). Capital Markets and the Instability of Open Economies. CEPR Discussion Paper 2083, Centre for Economic Policy Research, London.

——————— **(1999b).** Financial Liberalization and Volatility in Emerging Market Economies. In: P. R. Agénor, M. Miller, D. Vines und A. Weber (Hg.), The Asian Financial Crises: Causes, Contagion and Consequences. Cambridge University Press, Cambridge.

——————— **(2000).** Currency Crises and Monetary Policy in an Economy With Credit Constraints. CEPR Discussion Paper 2529, Centre for Economic Policy Research, London.

Akerlof, G. A. (1980). A Theory of Social Custom, of Which Unemployment May Be One Consequence. *Quarterly Journal of Economics*, Jg. 94, S. 749–775.

Allen, F. und D. Gale (1994). Limited Market Participation and Volatility of Asset Prices. *American Economic Review*, Jg. 84, S. 933–955.

Allen, H. und M. Taylor (1990). Charts, Noise and Fundamentals in the London Foreign Exchange Market. *Economic Journal*, Jg. 100 (Supplement), S. 49–59.

Almekinders, G. J. und S. C. W. Eijffinger (1994). Daily Bundesbank and Federal Reserve Intervention – Are They a Reaction to Changes in the Level and Volatility of the DM/$ Rate? *Empirical Economics*, Jg. 19, S. 111–130.

———— **(1996).** A Friction Model of Daily Bundesbank and Federal Reserve Intervention. *Journal of Business and Finance*, Jg. 20, S. 1365–1380.

Alogoskoufis, G. (1994). On Inflation, Unemployment, and the Optimal Exchange Rate Regime. In: van der Ploeg (1994).

Amihud, Y. und H. Mendelson (1980). Dealership Market: Market Making With Inventory. *Journal of Financial Economics*, Jg. 8, S. 31–53.

Andersen, T. M. (1994). Shocks and the Viability of a Fixed Exchange Rate Commitment. CEPR Discussion Paper 969, Centre for Economic Policy Research, London.

Andersen, T. M. und O. Risager (1991). The Role of Credibility for the Effects of a Change in the Exchange-Rate Policy. *Oxford Economic Papers*, Jg. 41, S. 85–98.

Ang, J. S. und T. Schwartz (1985). Risk Aversion and Information Structure: An Experimental Study of Price Variability in the Securities Markets. *Journal of Finance*, Jg. 40, S. 825–844.

Aoki, M. (1998). New Approaches to Macroeconomic Modeling: Evolutionary Stochastic Dynamics, Multiple Equilibria, and Externalities as Field Effects. Cambridge University Press, Cambridge.

Arifovic, J. (1996). The Behavior of the Exchange Rate in the Genetic Algorithm and Experimental Economies. *Journal of Political Economy*, Jg. 104, S. 510–541.

Arifovic, J. und R. Gençay (2000). Statistical Properties of Genetic Learning in a Model of Exchange Rate. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Jg. 24, S. 981–1005.

Arthur, B. W. (1989). Competing Technologies, Increasing Returns, and Locking by Historical Events. *Economic Journal*, Jg. 99, S. 116–131.

Arthur, W., J. Holland, B. LeBaron, R. Palmer und P. Tayler (1997). Asset Pricing Under Endogenous Expectations in an Artificial Stock Market. In: W. Arthur, S. Durlauf und D. Lane (Hg.), The Economy as an Evolving Complex System II, Jg. 27. Addison-Wesley, Reading (Mass).

Bacchetta, P. (1990). Temporary Capital Controls in a Balance-of-Payments Crisis. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 9, S. 246–257.

Baillie, R. und W. Osterberg (1997). Central Bank Intervention and Risk in the Forward Market. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 43, S. 483–497.

Bajo-Rubio, O., F. Fernández-Rodríguez und S. Sosvilla-Rivero (1992). Chaotic Behaviour in Exchange-Rate Series. *Economics Letters*, Jg. 39, S. 207–211.

Balke, N. S. und T. B. Formby (1997). Threshold Cointegration. *International Economic Review*, Jg. 38, S. 627–645.

Ball, R. (1994). The Development, Accomplishments and Limitations of the Theory of Stock Market Efficiency. *Managerial Finance*, Jg. 20, Nummer 2/3, S. 3–48.

Bannerjee, A. (1992). A Simple Model of Herd Behavior. *Quarterly Journal of Economics*, Jg. 107, S. 797–817.

Barnett, A. W. und J. M. Hinich (1992). Empirical Chaotic Dynamics in Economics. *Annals of Operations Research*, Jg. 37, S. 1–15.

Barro, R. J. und D. B. Gordon (1983a). A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model. *Journal of Political Economy*, Jg. 91, S. 589–610.

———— **(1983b).** Rules, Discretion and Reputation in a Model of Monetary Policy. *Journal of Monetary Economics*, Jg. 12, S. 101–121.

Barsky, R. B. und L. H. Summers (1988). Gibson's Paradox and the Gold Standard. *Journal of Political Economy*, Jg. 96, S. 528–550.

Baumol, W. (1957). Speculation, Profitability and Stability. *Review of Economic Studies*, Jg. 39, S. 263–271.

Baxter, M. und A. C. Stockman (1989). Business Cycles and the Exchange-Rate System. *Journal of Monetary Economics*, Jg. 23, S. 377–400.

Becker, G. S. (1991). A Note on Restaurant Pricing and Other Examples of Social Influences on Price. *Journal of Political Economy*, Jg. 99, S. 1109–1116.

Belle, J. v. (1975). The Relevance of an Aggregate Benchmark for Testing Stein's Theory. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 9, S. 105–106.

Bensaid, B. und O. Jeanne (1997). The Instability of Fixed Exchange Rate Systems When Raising the Nominal Interest Rate is Costly. *European Economic Review*, Jg. 41, S. 1461–1478.

——————— **(2000).** Self-Fulfilling Currency Crises and Central Bank Independence. *Scandinavian Journal of Economics*, Jg. 102, S. 605–620.

Bernanke, B., M. Gertler und S. Gilchrist (1999). The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework. In: Taylor und Woodford (1999).

Bertola, G. (1994). Continuous-Time Models of Exchange Rates and Intervention. In: van der Ploeg (1994).

Bhattacharya, U. und P. Weller (1993). The Advantage to Hiding One's Hand: Speculation and Central Bank Intervention. *Journal of Monetary Economics*, Jg. 39, S. 251–277.

Biais, B. und R. Shadur (2000). Darwinian Selection Does Not Eliminate Irrational Traders. *European Economic Review*, Jg. 44, S. 469–490.

Bikhchandani, S., D. Hirshleifer und I. Welch (1992). A Theory of Fads, Fashion, Custom, and Cultural Change as Informational Cascades. *Journal of Political Economy*, Jg. 100, S. 992–1026.

——————— **(1998).** Learning From the Behavior of Others: Conformity, Fads, and Informational Cascades. *Journal of Economic Perspectives*, Jg. 12, S. 151–170.

Bilson, J. F. O. (1990). 'Technical' Currency Trading. In: L. R. Thomas (Hg.), The Currency-Hedging Debate. IFR Publishing, London.

——————— **(1993).** Value, Yield and Trend: A Composite Forecasting Approach to Foreign Exchange Trading. In: A. Gitlin (Hg.), Strategic Currency Investing. Probus, Chicago.

Bjonnes, G. H., D. Rime und H. O. A. Solheim (2002). 'Large' vs. 'Small' Players: A Closer Look at the Dynamics of Speculative Attacks. Working Paper, Stockholm Institute for Financial Research et al., Stockholm.

Black, F. (1986). Noise. *Journal of Finance*, Jg. 41, S. 529–543.

Blackburn, K. (1988). Collapsing Exchange Rate Regimes and Exchange Rate Dynamics: Some Further Examples. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 7, S. 373–385.

Blackburn, K. und M. Sola (1993). Speculative Currency Attacks and Balance of Payments Crises. *Journal of Economic Surveys*, Jg. 7, S. 119–144.

Blanchard, O. (1981). What ist Left of the Multiplier-Accelerator? *American Economic Review*, Jg. 71, S. 150–154.

Blanchard, O. J. und M. W. Watson (1984). Bubbles, Rational Expectations and Financial Markets. In: P. Wachtel (Hg.), Crises in the Economic and Financial Structure. Lexington Books, Lexington (Mass).

Blanco, H. und P. M. Garber (1986). Recurrent Devaluations and Speculative Attacks on the Mexican Peso. *Journal of Political Economy*, Jg. 94, S. 148–166.

Bonomo, M. und R. Garcia (2001). The Macroeconomic Effects of Infrequent Information With Adjustment Costs. *Canadian Journal of Economics*, Jg. 34, S. 18–35.

Bonser-Neal, C. und G. Tanner (1996). Central Bank Intervention and the Volatility of Exchange Rates: Evidence From the Option Markets. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 15, S. 853–878.

Bordo, M. D. und R. W. Ellson (1985). A Model of the Classical Gold Standard with Depletion. *Journal of Monetary Economics*, Jg. 16, S. 109–120.

Bordo, M. D. und R. MacDonald (1997). Violations of the 'Rules of the Game' and the Credibility of the Classical Gold Standard. NBER Working Paper 6115, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

Botman, D. P. J. und H. Jager (2002). Coordination of Speculation. *Journal of International Economics*, Jg. 58, S. 159–175.

Brennan, M. J. (1990). Latent Assets. *Journal of Finance*, Jg. 45, S. 709–730.

Brock, W. A. (1974). Money and Growth: The Case of Long-Run Perfect Foresight. *International Economic Review*, Jg. 15, S. 750–777.

——— **(1997).** A Rational Route to Randomness. *Econometrica*, Jg. 65, S. 1059–1095.

Brock, W. A. und C. H. Hommes (1997). Models of Complexity in Economics and Finance. SSRI Working Paper 9706, Social Systems Research Institute, Wisconsin (Mad).

——— **(1998).** Heterogeneous Beliefs and Routes to Chaos in a Simple Asset Pricing Model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Jg. 1998, S. 1235–1274.

Brooks, C. (1996). Testing for Nonlinearity in Daily Sterling Exchange Rates. *Applied Financial Economics*, Jg. 6, S. 307–317.

Buiter, W., G. Corsetti und N. Roubini (1993). Excessive Deficits: Sense and Non-Sense in the Treaty of Maastricht. *Economic Policy*, Jg. 16, S. 57–100.

Buiter, W. H. (1987). Borrowing to Defend the Exchange Rate and the Timing and Magnitude of Speculative Attacks. *Journal of International Economics*, Jg. 23, S. 221–239.

Bullard, J. (1994). Learning Equilibria. *Journal of Economic Theory*, Jg. 64, S. 468–485.

Cagan, P. (1956). The Monetary Dynamics of Hyperinflation. In: M. Friedman (Hg.), Studies in the Quantity Theory of Money. University of Cambridge Press, Chicago.

Calvo, G. A. (1987). Balance-of-Payments Crisis in a Cash-in-Advance Economy. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 19, S. 19–32.

——————— **(1995)**. Varieties of Capital-Market Crises. Working Paper, University of Maryland.

——————— **(1999)**. Contagion in Emerging Markets. Working Paper, University of Maryland.

Calvo, G. A. und E. Mendoza (1996). Mexico's Balance-of-Payment's Crisis: A Chronicle of a Death Foretold. *Journal of International Economics*, Jg. 41, S. 235–264.

——————— **(1998a)**. Rational Contagion and the Globalization of Securities Markets. Working Paper, University of Maryland, Duke University.

——————— **(1998b)**. Rational Herd Behavior and the Globalization of Securities Markets. Working Paper, University of Maryland.

——————— **(2000)**. Contagion, Globalization and the Volatility of Capital Flows. In: S. Edwards (Hg.), Capital Flows and the Emerging Economies. University of Chicago Press, Chicago.

Calvo, G. A. und C. M. Reinhart (2000). Fixing for Your Life. In: Brookings Institution (Hg.), Brookings Trade Forum 2000. Brookings Institution, Washington (DC).

Calvo, G. A. und C. Vegh (1994). Credibility and the Dynamics of Stabilization Policy: A Basic Framework. In: C. Sims (Hg.), Advances in Econometrics. Cambridge University Press, Cambridge.

Camerer, C. und K. Weigelt (1991). Information Mirages in Experimental Asset Markets. *Journal of Business*, Jg. 64, S. 463–493.

Camerer, C. F. und M. Chernew (1987). Is Trading Self-Generating? Experimental Evidence. Department of Decision Sciences Working Paper, University of Pensylvania, Philadelphia.

Campbell, J. Y. und A. Kyle (1987). Smart Money, Noise Trading, and Stock Price Behavior. Working Paper, Princeton University, Princeton (NJ). Zitiert in: DeLong et al. (1990c).

Campbell, J. Y. und N. G. Mankiw (1987). Permanent and Transitory Components in Macroeconomic Fluctuations. *American Economic Review Papers and Proceedings*, Jg. 77, S. 111–117.

Caplin, A. und J. Leahy (1994). Business as Usual, Market Crashes, and Wisdom After the Fact. *American Economic Review*, Jg. 84, S. 548–565.

Carlson, J. A. und C. L. Osler (1998). Rational Speculators and Exchange Rate Volatility. Staff Report 13/96, Federal Reserve Bank of New York, New York.

Cartapanis, A. (1996). L'héterogénité des anticipations dans les modèles de change. *Economie Appliquée*, Jg. XLIX.

Chang, P. H. K. und C. L. Osler (1998). Methodological Madness: Technical Analysis and the Irrationality of Exchange Rate Forecasts. *Economic Journal*, Jg. 109, S. 636–661.

Chang, R. und A. Velasco (1998). The Asian Development Crisis. Working Paper 98–11, Federal Reserve Bank of Atlanta, Atlanta.

——————— **(1999).** Liquidity Crises in Emerging Markets: Theory and Policy. C.V. Starr Center for Applied Economics Economic Research Reports 99–14, University of New York, New York.

Chari, V. V. und P. Kehoe (1999). Hot Money. Staff Report 228, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Minneapolis.

——————— **(2000).** Financial Crises as Herds. Working Paper 600, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Minneapolis.

Cheung, Y.-W. und C. Y.-P. Wong (1999). Foreign Exchange Traders in Hong Kong, Tokyo, and Singapore: A Survey Study. *Advances in Pacific Basin Financial Markets*, Jg. 5, S. 111–134.

——————— **(2000).** A Survey of Market Practitioners' View on Exchange Rate Dynamics. *Journal of International Economics*, Jg. 51, S. 401–419.

Chiarella, C. (1992). The Dynamics of Speculative Behavior. *Annals of Operations Research*, Jg. 37, S. 101–123.

Chinn, M. D. und R. A. Meese (1995). Banking on Currency Forecasts: How Predictable is Change in Money? *Journal of International Economics*, Jg. 38, S. 161–178.

Chorafas, N. D. (1994). Chaos Theory in the Financial Markets. Probus Publishing Company, Chicago.

Claessens, S. (1991). Balance-of-Payments Crises in an Optimal Portfolio Model. *European Economic Review*, Jg. 35, S. 81–101.

Clarida, R., L. Sarno, M. Taylor und G. Valente (2001). The Out-of-Sample Success of Term Structure Models as Exchange Rate Predictors: A Step Beyond. CEPR Discussion Paper 3281, Centre for Economic Policy Research, London.

Connolly, M. B. (1986). The Speculative Attacks on the Peso and the Real Exchange Rate: Argentina 1979–1981. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 5, S. 117–130.

Connolly, M. B. und A. Fernandez (1987). Speculation Against the Pre-Announced Exchange Rate in Mexico: January 1983 to June 1985. In: M. B. Connolly und C. Gonzales (Hg.), Economic Reform and Stabilization in Latin America. Praeger Publishers, New York.

Connolly, M. B. und D. Taylor (1984). The Exact Timing of the Collapse of an Exchange Rate Regime and it's Impact on the Relative Price of Traded Goods. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 16, S. 194–207.

Copeland, T. und D. Friedman (1987). The Effect of Sequential Information Arrival on Asset Prices: An Experimental Study. *Journal of Finance*, Jg. 42, S. 763–797.

Corsetti, G., A. Dasgupta, S. Morris und H. S. Shin (2000). Does one Soros Make a Difference? A Theory of Currency Crises with Large and Small Players. Working Paper 1273, Yale Cowles Foundation.

Corsetti, G., P. Pesenti und N. Roubini (1998a). What Caused the Asian Currency and Financial Crisis? Part I: A Macroeconomic Overview. Working Paper, Yale University.

——————— **(1998b).** What Caused the Asian Currency and Financial Crisis? Part II: The Policy Debate. Working Paper, Yale University.

——————— **(2001).** The Role of Large Players in Currency Crises. NBER Working Paper 8303, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

Courant, R. und D. Hilbert (1968). Methoden der Mathematischen Physik, Bd. 2. Springer, Heidelberg, 2. Aufl..

Cramér, H. und M. R. Leadbetter (1967). Stationary and Related Stochastic Processes. Wiley, New York.

Crocket, A. (1994). Monetary Policy Implications of Increased Capital Flows. In: Federal Reserve Bank of Kansas City (Hg.), Changing Capital Markets: Implications for Monetary Policy, Symposium sponsored by Federal Reserve Bank of Kansas City, Jackson Hole, August 1993. Federal Reserve Bank of Kansas City, Kansas City.

Cukierman, A. (1992). Central Bank Strategy, Credibility and Independence, Jg. Kap. 18. MIT-Press, Cambridge (Mass).

Cumby, R. E. und M. Obstfeld (1981). A Note on Exchange-Rate Expectations and Nominal Interest Differentials: A Test of the Fisher Hypothesis. *Journal of Finance*, Jg. 36, S. 697–704.

Cumby, R. E. und S. van Wijnbergen (1989). Financial Policy and Speculative Runs With a Crawling Peg: Argentina 1979–81. *Journal of International Economics*, Jg. 27, S. 111–127.

Cutler, D. M., J. M. Poterba und L. H. Summers (1990). Speculative Dynamics and the Role of Feedback Traders. *American Economic Review*, Jg. 80, S. 63–68.

Day, R. H. und W. Huang (1990). Bulls, Bears and Market Sheep. *Journal of Economic Behavior and Organization*, Jg. 14, S. 299–329.

De Grauwe, P. und H. Dewachter (1993). A Chaotic Model of the Exchange Rate: The Role of Fundamentalists and Chartists. *Open Economies Review*, Jg. 4, S. 351–379.

De Grauwe, P., H. Dewachter und M. Embrechts (1993). Exchange Rate Theory: Chaotic Models of Foreign Exchange Markets. Blackwell, Oxford.

DeKock, G. und V. Grilli (1993). Fiscal Policies and the Choice of Exchange Rate Regime. *Economic Journal*, Jg. 103, S. 347–58.

Dellas, H. und A. Stockman (1993). Self-Fulfilling Expectations, Speculative Attacks and Capital Controls. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 25, S. 721–730.

DeLong, J. B., A. Shleifer, L. H. Summers und R. J. Waldmann (1990a). The Economic Consequences of Noise Traders. *Journal of Political Economy*, Jg. 98, S. 703–738.

——————— **(1990b).** Positive Feedback Investment Strategies and Destabilizing Rational Expectations. *Journal of Finance*, Jg. 45, S. 379–395.

——————— **(1990c).** Noise Trader Risk in Financial Markets. *Journal of Political Economy*, Jg. 98, S. 703–738.

Devenow, A. und I. Welch (1996). Rational Herding in Financial Economics. *European Economic Review*, Jg. 40, S. 603–616.

Dewachter, H. (2001). Can Markov Switching Models Replicate Chartist Profits in the Foreign Exchange Market? *Journal of International Money and Finance*, Jg. 20, S. 25–41.

Diamond, D. und P. Dybvig (1983). Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity. *Journal of Political Economy*, Jg. 91, S. 401–419.

Diamond, D. und R. G. Rajan (1998). Liquidity Risk, Liquidity Creation and Financial Fragility: A Theory of Banking. Working Paper, University of Chicago, Chicago.

——————— **(2000a).** Banks, Short Term Debt and Financial Crises: Theory, Policy Implications and Applications. Working Paper, University of Chicago, Chicago.

——————— **(2000b).** A Theory of Bank Capital. *Journal of Finance*, Jg. 55, S. 2431–2465.

——————— **(2001).** Bank Bailouts and Aggregate Liquidity. Working Paper, University of Chicago, Chicago.

Diaz-Alejandro, C. F. (1985). Goodbye Financial Repression, Hello Financial Crash. *Journal of Development Economics*, Jg. 19, S. 1–24.

——————— **(1989).** Trade, Development and the World Economy. In: A. Velasco (Hg.), Trade, Development and the World Economy. Basil Blackwell, New York.

Diba, B. T. und H. T. Grossmann (1987). Rational Inflationary Bubbles. *Journal of Monetary Economics*, Jg. 21, S. 35–46.

Diebold, F., J.-H. Lee und G. Weinbach (1994). Regime Switching with Time-Varying Transition Probabilities. In: C. Hargreaves (Hg.), Non-stationary Time Series Analysis and Cointegration. Oxford University Press, Oxford.

Diebold, F. und J. Nason (1990). Nonparametric Exchange Rate Prediction? *Journal of International Economics*, Jg. 28, S. 315–332.

Diener, M. und T. Poston (1984). The Perfect Delay Convention, or The Revolt of the Slaved Variables. In: H. Haken (Hg.), Chaos and Order in Nature. Springer, Heidelberg, S. 249–268.

Djajic, S. (1989). Dynamics of the Exchcange Rate in Anticipation of Pegging. *International Journal of Money and Finance*, Jg. 8, S. 559–571.

Dominguez, K. (1990). Market Responses to Coordinated Central Bank Intervention. *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, Jg. 32, S. 121–163.

——————— **(1998).** Central Bank Intervention and Exchange Rate Volatility. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 17, S. 161–190.

Dominguez, K. und J. A. Frankel (1993). Does Foreign Exchange Intervention Work? Institute for International Economics, Washington (DC).

Dooley, M. P. und J. Shafer (1976). Analysis of Short-Run Exchange Rate Behavior: March 1973 - September 1975. International Finance Discussion Papers 76, Federal Reserve System, Washington (DC).

——————— **(1983).** Analysis of Short-Run Exchange Rate Behavior: March 1973 - November 1981. In: D. Bigman und T. Taya (Hg.), Exchange Rate and Trade Instability. Ballinger, Cambridge (Mass).

Dornbusch, R. (1976). Expectations and Exchange Rate Dynamics. *Journal of Political Economy*, Jg. 84, S. 1161–1176.

——————— **(1987).** Collapsing Exchange Rate Regimes. *Journal of Development Economics*, Jg. 27, S. 71–83.

Dornbusch, R. und A. Giovannini (1990). Monetary Policy in the Open Economy. In: B. M. Friedman und F. H. Hahn (Hg.), The Handbook of Monetary Economics II. North-Holland Elsevier Science Publishers, Amsterdam.

Dornbusch, R., I. Goldfajn und R. O. Valdés (1995). Currency Crises and Collapses. *Brookings Papers on Economic Activity*, Jg. 2, S. 219–270.

Dornbusch, R. und A. Werner (1994). Mexico: Stabilization, Reform and No Growth. *Brookings Papers on Economic Activity*, Jg. 1, S. 253–315.

Dow, J. und G. Gorton (1993). Trading, Communication and the Response of Asset Prices to News. *Economic Journal*, Jg. 103, S. 639–646.

Drazen, A. (1998). Political Contagion in Curency Crises. Paper prepared for an NBER conference on currency crises, 1998, University of Maryland.

——————— **(1999)**. Interest Rate Defense Against Speculative Attack Under Asymmetric Information. *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, Jg. 53, S. 303–348.

Drazen, A. und E. Helpman (1988). Stabilization With Exchange Rate Management Under Uncertainty. In: Helpman et al. (1988).

Drazen, A. und P. R. Masson (1994). Credibility of Policies vs. Credibility of Policymakers. *Quarterly Journal of Economics*, Jg. 109, S. 735–54.

Drunat, J., G. Dufrenot, C. Dunis und L. Mathiew (1996). Stochastic or Chaotic Dynamics in High Frequency Exchange Rates? In: C. Dunis (Hg.), Forecasting Financial Markets. John Wiley and Sons, Chichester.

Dumas, B. (1992). Dynamic Equilibrium and the Real Exchange Rate in Spatially Separated Worlds. *Review of Financial Studies*, Jg. 5, S. 153–180.

Eaker, M. R. (1977). A Note on the Test of Stein's Theory of Foreign Exchange Markets: A Comment. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 9, S. 103–104.

Edison, H. (1993). The Effectiveness of Central-Bank Intervention: A Survey of the Literature After 1982. Department of Economics Special Papers in International Economics 18, University of Princeton, Princeton.

Edwards, S. und P. Montiel (1989). Devaluation Crises and the Macroeconomic Consequences of Postponed Adjustment in Developing Countries. *IMF Staff Papers*, Jg. 36, S. 875–904.

Egebo, T. und A. S. Englander (1992). Institutional Commitments and Policy Credibility: A Critical Survey and Empirical Evidence from the ERM. OECD Economic Studies 18, OECD, Paris.

Eichengreen, B. (1994). International Monetary Arrangements for the 21st Century. Brookings Institution, Washington (DC).

Eichengreen, B. und O. Jeanne (1998). Currency Crisis and Unemployment: Sterling in 1931. NBER Working Paper 6563, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

Eichengreen, B., M. Mussa, G. Dell'Arccia, E. Detragiache, G. M. Milesi-Ferreti und A. Tweedie (1998). Capital Account Liberalization: Theoretical and Practical Aspects. IMF Occasional Paper 172, International Monetary Fund, Washington (DC).

Eichengreen, B., A. K. Rose und C. Wyplosz (1994). Speculative Attacks on Pegged Exchange Rates: An Empirical Exploration With Special Reference to the European Monetary System. CEPR Discussion Paper 1994, Centre for Economic Policy Research, London.

——————— **(1995).** Exchange Market Mayham: The Antecedents and Aftermath of Speculative Attacks. *Economic Policy*, Jg. 21, S. 251–296.

——————— **(1996).** Contagious Currency Crises. NBER Working Paper 5681, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

Eichengreen, B., J. Tobin und C. Wyplosz (1993). Two Cases for Sand in the Wheels of International Finance. *Economic Journal*, Jg. 105, S. 162–172.

Eichengreen, B. und C. Wyplosz (1993). The Unstable EMS. *Brookings Papers on Economic Activity*, Jg. 1, S. 51–143.

Engel, C. und C. Hakkio (1996). The Distribution of Exchange Rates in the EMS. *International Journal of Finance Economics*, Jg. 1, S. 55–67.

Engle, C. (1994). Can the Markov Switching Model Forecast Exchange Rates? *Journal of International Economics*, Jg. 36, S. 151–165.

Engle, C. und J. Hamilton (1990). Long Swings in the Dollar: Are They in the Data and do Markets Know It? *American Economic Review*, Jg. 80, S. 689–713.

Evans, G. und S. Honkapohja (1994a). Convergence of Least Squares Learning to a Non-Stationary Equilibrium. *Economics Letters*, Jg. 46, S. 131–136.

——— **(1994b).** On the Local Stability of Sunspot Equilibria Under Adaptive Learning Rules. *Journal of Economic Theory*, Jg. 64, S. 142–161.

——— **(1995).** Local Convergence of Recursive Learning to Steady States and Cycles in Stochastic Nonlinear Models. *Econometrica*, Jg. 63, S. 195–206.

——— **(1999).** Learning Dynamics. In: Taylor und Woodford (1999).

Evans, M. D. (2002). FX Trading and Exchange Rate Dynamics. *Journal of Finance*, Jg. 57, S. 2405–2447.

Evans, M. D. und R. K. Lyons (2002). Order Flow and Exchange Rate Dynamics. *Journal of Political Economy*, Jg. 110, S. 170–180.

Fama, E. F. (1965a). The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*, Jg. 38, S. 34–105.

——— **(1965b).** Random Walk in Stock Market Prices. Graduate School of Business Selected papers, University of Chicago, Chicago.

——— **(1970).** Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance*, Jg. 25, S. 383–417.

——— **(1976).** Reply. *Journal of Finance*, Jg. 31, S. 143–145.

——— **(1991).** Efficient Capital Markets: II. *Journal of Finance*, Jg. 46, S. 1575–1617.

Farrell, M. (1966). Profitable Speculation. *Economica*, Jg. 33, S. 183–193.

Faruqee, H. und L. Redding (1999). Endogenous Liquidity Providers and Exchange Rate Dynamics. *Canadian Journal of Economics*, Jg. 32, S. 976–994.

Fatum, R. (2000). On the Effectiveness of Sterilized Foreign Exchange Intervention. ECB Working Paper 10, European Central Bank, Frankfurt/Main.

Fatum, R. und M. Hutchinson (1999). Is Intervention a Signal of Future Monetary Policy? Evidence from the Federal Funds Futures Market. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 31, S. 54–69.

Figlewski, S. (1979). Subjective Information and Market Efficiency in a Betting Market. *Journal of Political Economy*, Jg. 87, S. 75–88.

Fatum, R. und M. Hutchinson (1999). Is Intervention a Signal of Future Monetary Policy? Evidence from the Federal Funds Futures Market. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 31, S. 54–69.

Figlewski, S. (1979). Subjective Information and Market Efficiency in a Betting Market. *Journal of Political Economy*, Jg. 87, S. 75–88.

Flood, R. P. und P. M. Garber (1984a). Collapsing Exchange Rate Regimes: Some Linear Examples. *Journal of International Economics*, Jg. 17, S. 1–13.

——————— **(1984b).** Gold Monetization and Gold Discipline. *Journal of Political Economy*, Jg. 92, S. 90–107.

——————— **(1991).** The Linkage Between Speculative Attack and Target Zone Models of Exchange Rates. *Quarterly Journal of Economics*, Jg. 106, S. 1367–1372.

Flood, R. P., P. M. Garber und C. Kramer (1996). Collapsing Exchange Rate Regimes: Another Linear Example. *Journal of International Economics*, Jg. 41, S. 223–234.

Flood, R. P. und R. J. Hodrick (1986). Real Aspects of Exchange Rate Regime Choice with Collapsing Fixed Rates. *Journal of International Economics*, Jg. 21, S. 215–232.

Flood, R. P. und P. Isard (1989). Monetary Policy Strategies. *IMF Staff Papers*, Jg. 36, S. 612–632.

Flood, R. P. und O. Jeanne (2000). An Interest Rate Defence of a Fixed Exchange Rate? CEPR Discusison Paper 2507, Centre for Economic Policy Research, London.

Flood, R. P. und N. Marion (1996). Speculative Attacks: Fundamentals and Self-Fulfilling Prophecies. NBER Working Paper 5789, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

——————— **(1998).** Perspectives on the Recent Currency Crisis Literature. NBER Working Paper 6380, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

——————— **(1999).** Perspectives on the Currency Crisis Literature. *Journal of International Financial Economics*, Jg. 4, S. 1–26.

——— (**2000**). Self-Fulfilling Risk Predictions: An Application to Speculative Attacks. *Journal of International Economics*, Jg. 50, S. 245–268.

Flood, R. P. und A. K. Rose (1995). Fixing Exchange Rates. A Virtual Quest for Fundamentals. *Journal of Monetary Economics*, Jg. 36, S. 3–37.

——— (**1998**). Understanding Exchange Rate Volatility Without the Contrivance of Macroeconomics. CEPR Discussion Paper 1944, Centre for Economic Policy Research, London.

——— (**2001**). Uncovered Interest Parity in Crisis: The Interest Rate Defence in the 1990s. CEPR Discussion Paper 2943, Centre for Economic Policy Research, London.

Flood, R. P. und M. P. Taylor (1996). Exchange Rate Economics: What's Wrong With the Conventional Macro Approach? In: The Microstructure of Foreign Exchange Markets. University of Chicago Press, Chicago.

Fokker, A. D. (1914). Die mittlere Energie rotierender elektrischer Dipole im Strahlungsfeld. *Annalen der Physik*, Jg. 43, S. 810–820.

Forsythe, R. und R. Lundholm (1990). Information Aggregation in an Experimental Market. *Econometrica*, Jg. 58, S. 309–347.

Frankel, J. (1989). Flexible Exchange Rates: Experience vs. Theory. *Journal of Portfolio Management*, S. 45–54.

——— (**1999**). No Single Exchange Rate Regime is Right for All Countries or at All Times. NBER Working Paper 7338, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

——— (**2000**). Verifying Exchange Rate Regimes. *Journal of Development Economics*, Jg. 66, S. 351–386.

Frankel, J. A. und A. K. Rose (1995). Empirical Research on Nominal Exchange Rates. In: G. Grossmann und K. Rogoff (Hg.), Handbook of International Economics. Elsevier, Amsterdam e. a.

——— (**1996**). Currency Crashes in Emerging Markets: An Empirical Treatment. *Journal of International Economics*, Jg. 41, S. 351–366.

Frankel, J. A. und K. Froot (1987). Using Survey Data to Test Standard Propositions Regarding Exchange Rate Expectations. *American Economic Review*, Jg. 77, S. 133–153.

——————— **(1990)**. Chartists, Fundamentalists and the Demand for Dollars. In: A. S. Courakis und M. P. Taylor (Hg.), Private Behaviour and Government Policy in Interdependent Economies. Oxford University Press, Oxford.

French, K. R. und R. Roll (1986). Stock Return Variances: The Arrival of Information and the Reaction of Traders. *Journal of Financial Economics*, Jg. 17, S. 5–26.

Frenkel, J. A. (1976). A Monetary Approach to the Exchange Rate: Doctrinal Aspects and Empirical Evidence. *Scandinavian Journal of Economics*, Jg. 78, S. 200–224.

Frenkel, J. A. und A. K. Froot (1990). Chartist, Fundamentalist, and Trading in the Foreign Exchange Market. *American Economic Review*, Jg. 80, S. 181–185.

Frenkel, J. A. und H. G. Johnson (Hg.) (1976). The Monetary Approach to the Balance-of-Payments. Allen and Unwin, London.

Frenkel, M. (1994). Wechselkursvolatilität und Terminkursverzerrungen. Empirischer Befund und Erklärungsansätze. Nomos, Baden-Baden.

Frenkel, M. und M. Klein (1992). Die Theorie der Zahlunggsbilanzkrisen. *Wirtschaftswissenschaftliches Studium*, Jg. 21, S. 415–418.

Friedman, D., G. Harrison und J. Salmon (1984). The Informational Efficiency of Experimental Markets. *Journal of Political Economy*, Jg. 92, S. 349–408.

Friedman, M. (1953). The Case for Flexible Exchange Rates. In: Friedman (Hg.), Essays in Positive Economics. University of Cambridge Press, Chicago.

Froot, K., S. Scharfstein und J. Stein (1992). Herd on the Street: Informational Inefficiencies in a Market With Short-Term Speculation. *Journal of Finance*, Jg. 47, S. 1461–1484.

Froot, K. A. und R. H. Thaler (1990). Anomalies: Foreign Exchange. *Journal of Economic Perspectives*, Jg. 4, S. 179–192.

Furman, J. und J. E. Stiglitz (1998). Economic Crises: Evidence and Insights from East Asia. *Brookings Papers on Economic Activity*, Jg. 2, S. 1–135.

Garber, P. M. und V. Grilli (1986). The Belmont-Morgan Syndicate as an Optimal Investment Banking Contract. *European Economic Review*, Jg. 30, S. 649–677.

Garber, P. M. und L. E. O. Svensson (1994). The Operation and Collapse of Fixed Exchange Rate Regimes. NBER Working Paper 4971, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

Gençay, R. (1999). Linear, Non-Linear and Essential Foreign Exchange Rate Prediction With Simple Technical Trading Rules. *Journal of International Economics*, Jg. 47, S. 91–107.

Ghosh, A. R., A.-M. Gulde und H. C. Wolf (2000). Currency Boards. More Than a Quick Fix? *Economic Policy*, Jg. 15, S. 271–335.

Giavazzi, F. und A. Giovannini (1989a). Limiting Exchange Rate Flexibility. MIT Press, Cambridge (Mass).

——————— **(1989b).** Managing Exchange Rate Flexibility: The European Monetary System. MIT Press, Cambridge (Mass).

Giavazzi, F. und M. Pagano (1988). The Advantage of Tying One's Hands: EMS Discipline and Central Bank Credibility. *European Economic Review*, Jg. 32, S. 1055–1082.

Giovannini, A. (1993). Bretton Woods and it's Precursors: Rules vs. Discretion in the History of the International Monetary System. In: M. Bordo und B. Eichengreen (Hg.), A Retrospective on the Bretton Woods System. University of Chicago Press, Chicago.

Glosten, L. und P. Milgrom (1985). Bid, Ask, and Transaction Prices in a Specialist Market With Heterogeneously Informed Agents. *Journal of Financial Economics*, Jg. 14, S. 71–100.

Goldberg, L. S. (1991). Collapsing Exchange Rate Regimes: Shocks and Biases. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 10, S. 252–263.

——————— **(1994).** Predicting Exchange Rate Crises: Mexico Revisited. *Journal of International Economics*, Jg. 36, S. 413–430.

Goldfajn, I. und R. O. Valdeés (1997). Are Currency Crises Predictable? Working Paper WP/97/159, International Monetary Fund, Washington (DC).

Goldfajn, I. und R. O. Valdés (1996). The Aftermath of Appreciations. NBER Working Paper 5650, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

Goldfajn, I. und R. O. Valdés (1998). Are Currency Crises Predictable? *European Economic Review*, Jg. 42, S. 873–885.

Goldstein, M., D. Folkerts-Landau, P. Garber, L. Rojas-Suarez und M. Spencer (1993). Exchange Rate Management and International Capital Flows. In: International Monetary Fund (Hg.), International Capital Markets. IMF, Washington (DC).

Goldstein, M. und C. Reinhart (1999). Forecasting Financial Crises: Early Warning Signals for Emerging Markets. Institute for International Economics, Washington (DC).

Gómez-Puig, M. und J. G. Montalvo (1997). A New Indicator to Assess the Credibility of the EMS. *European Economic Review*, Jg. 41, S. 1511–1535.

Goodman, S. (1979). Foreign Exchange Rate Forecasting Techniques: Implications for Business and Policy. *Journal of Finance*, Jg. 34, S. 415–427.

Goodwin, R. M., M. Krüger und A. Vercelli (Hg.) (1984). Nonlinear Models of Fluctuating Growth. Springer, Berlin.

Graham, R. (1973). Statistical Theory of Instabilities in Stationary Non-Equilibrium Systems With Applications to Lasers and Nonlinear Optics. Springer, Heidelberg.

Grandmont, J.-M. (1998). Expectations Formation and Stability of Large Socioeconomic Systems. *Econometrica*, Jg. 66, S. 741–781.

Gray, J. A. (1984). Dynamic Instability in Rational Expectations Models: An Attempt to Clarify. *International Economic Review*, Jg. 25, S. 93–122.

Grilli, V. (1986). Buying and Selling Attacks on Fixed Exchange Rate Systems. *Journal of International Economics*, Jg. 20, S. 143–156.

Grilli, V. und N. Roubini (1992). Liquidity and Exchange Rates. *Journal of International Economics*, Jg. 32, S. 339–352.

Grossman, S. J. (1976). On the Efficiency of Competitive Stock Markets Where Traders Have Diverse Information. *Journal of Finance*, Jg. 31, S. 579–585.

——————— **(1981).** An Introduction to the Theory of Rational Expectations Under Asymmetric Information. *Review of Economic Studies*, Jg. 48, S. 541–559.

Grossman, S. J. und M. H. Miller (1988). Liquidity and Market Structure. *Journal of Finance*, Jg. 43, S. 617–633.

Grossman, S. J. und J. E. Stiglitz (1976). Information and Competitive Price Systems. *American Economic Review*, Jg. 66, S. 246–253.

——————— **(1980).** On the Impossibility of Informationally Efficient Markets. *American Economic Review*, Jg. 70, S. 393–408.

Grunberg, E. und F. Modigliani (1954). The Predictability of Social Events. *Journal of Political Economy*, Jg. 62, S. 465–478.

Guidotti, P. und C. Végh (1992). Losing Credibility: The Stabilization Blues. IMF Working Paper 92/73, International Monetary Fund, New York.

Hagen, J. v. (1992). Policy Delegation and Fixed Exchange Rates. *International Economic Review*, Jg. 33, S. 848–870.

Haken, H. (1983). Synergetics: An Introduction. Springer, Heidelberg, 3. Aufl..

——————— **(1993).** Advanced Synergetics: Instability Hierarchies of Self-Organizing Systems and Devices. Springer, Heidelberg, 2. Aufl..

Hakkio, C. S. (1981). Expectations and the Forward Exchange Rate. *International Economic Review*, Jg. 22, S. 663–678.

Hallwood, C. P., R. MacDonald und I. W. Marsh (1997). Credibility and Fundamentals: Was the Gold Standard a Well-Behaved Target Zone? In: T. Bayoumi, B. Eichengreen und M. Taylor (Hg.), Modern Perspectives of the Gold Standard. Cambridge University Press, Cambridge.

Haltiwanger, J. C. und M. Waldman (1985). Rational Expectations and the Limits of Rationality. *American Economic Review*, Jg. 75, S. 326–340.

Hamilton, J. D. (1988). Rational-Expectations Econometric Analysis of Changes in Regime: An Investigation of the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Jg. 12, S. 385–423.

——————— **(1990).** Analysis of Times Series Subject to Changes in Regime. *Journal of Econometrics*, Jg. 45, S. 39–70.

Hänggi, P. (1978). Stochastic Processes II: Response Theory and Fluctuation Theorems. *Helvetica Physica Acta*, Jg. 51, S. 183–200.

Hansen, L. P. und R. J. Hodrick (1980). Forward Exchange Rates as Optimal Predicors of Future Spot Rates: An Econometric Analysis. *Journal of Political Economy*, Jg. 88, S. 829–853.

Harris, J. W. und H. Stocker (1998). Handbook of Mathematics and Computational Science. Springer, New York.

Hart, O. D. und D. M. Kreps (1986). Price Destabilizing Speculation. *Journal of Political Economy*, Jg. 94, S. 927–952.

Hau, H. (1995). Optimal Entry and Endogenous Risk in the Foreign Exchange Market. Princeton University, Princeton.

Helpman, E. (1981). An Exploration Into the Theory of Exchange Rate Regimes. *Journal of Political Economy*, Jg. 89, S. 865–890.

Helpman, E., A. Razin und E. Sadka (Hg.) (1988). Economic Effects of the Government Budget. MIT-Press, Cambridge (Mass).

Hirshleifer, D., A. Subrahmanyam und S. Titman (1994). Security Analysis and Trading Patterns When Some Investors Receive Information Before Others. *Journal of Finance*, Jg. 49, S. 1665–1698.

Ho, T. und H. Stoll (1983). The Dynamics of Dealer Markets Under Competition. *Journal of Finance*, Jg. 38, S. 1053–1074.

Hommes, C. und G. Sorger (1998). Consistent Expectations Equilibria. *Macroeconomic Dynamics*, Jg. 2, S. 287–321.

Horn, H. und T. Persson (1988). Exchange Rate Policy, Wage Formation and Credibility. *European Economic Review*, Jg. 32, S. 1621–1636.

Hotelling, H. (1931). The Economics of Exhaustible Resources. *Journal of Political Economy*, Jg. 39, S. 311–325.

Hsieh, C.-T. (1994). Identifying Speculative Attacks in the European Monetary System. Working Paper, University of California at Berkeley, Berkeley.

Hsieh, D. A. (1989). Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates. *Journal of Business*, Jg. 62, S. 339–368.

Huberman, G. und G. W. Schwert (1985). Information Aggregation, Inflation, and the Pricing of Indexed Bonds. *Journal of Political Economy*, Jg. 93, S. 92–114.

Hung, J. (1997). Intervention Strategies and Exchange Rate Volatility: A Noise Trading Perspective. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 16, S. 779–793.

Hurwicz, L. (1997). On the Dimensional Requirements of Informationally Decentralized Pareto-Satisfactory Processes. In: K. J. Arrow und L. Hurwicz (Hg.), Studies in Resource Allocation Processes. Cambridge University Press, Cambridge.

Ilinski, K. (1999). Critical Crashes? *International Journal of Modern Physics C (Condensed Matter)*, Jg. 10, S. 741–746.

Ioannides, Y. M. (1990). Trading Uncertainty and Market Form. *International Economic Review*, Jg. 31, S. 619–638.

Irwin, G. (2001). Signalling the Strength of an Exchange Rate Commitment. *The Manchester School*, Jg. 69, S. 440–556.

Isard, P. (1995). Exchange Rate Economics. Cambridge University Press, Cambridge.

Ito, T., R. K. Lyons und M. T. Melvin (1998). Is There Private Information in the FX Market? The Tokyo Experiment. *Journal of Finance*, Jg. 53, S. 1111–1130.

Jeanne, O. (1997). Are Currency Crises Self-Fulfilling? A Test. *Journal of International Economics*, Jg. 43, S. 263–286.

——————— **(1999).** Currency Crises: A Perspective on Recent Theoretical Developments. CEPR Discussion Paper 2170, Centre for Economic Policy Research, London.

Jeanne, O. und P. Masson (2000). Currency Crises, Sunspots and Markov-Switching Regimes. *Journal of International Economics*, Jg. 50, S. 327–350.

Jeanne, O. und A. K. Rose (1999). Noise Trading and Exchange Rate Regimes. CEPR Discussion Paper 2142, Centre for Economic Policy Research, London.

Jetschke, G. (1989). Mathematik der Selbstorganisation. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.

Johansen, A., O. Ledoit und D. Sornette (2000). Crashes as Critical Points. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, Jg. 3, S. 219–255.

Johansen, A. und D. Sornette (1999). Critical Crashes. *Risk*, o.Jg., S. 91–95.

Johnson, H. (1972). The Monetary Approach to the Balance-of-Payments. *Journal of Financial and Quantitative Economics*, Jg. 7, S. 34–52.

Jones, R. W. und P. B. Kenen (Hg.) (1990). Handbook of International Economics, Volume II. North-Holland, Amsterdam.

Jones, S. R. G. (1984). The Economics of Conformism. Blackwell, Oxford.

Jordan, J. S. (1982). A Dynamic Model of Expectations Equilibrium. *Journal of Economic Theory*, Jg. 26, S. 235–254.

Jurgensen, P. (1983). Report of the Working Group on Exchange Market Intervention. Treasury Department, Washington (DC).

Kaminsky, G., S. Lizondo und C. Reinhart (1998). Leading Indicators of Currency Crises. *IMF Staff Papers*, Jg. 45, S. 1–48.

Kaminsky, G. und C. Reinhart (1998). Currency and Banking Crises: The Early Warning of Distress. International Finance Discussion Paper 629, Board of Govenors of the Federal Reserve System, Washington (DC).

——————— **(1999).** The Twin Crises: The Causes of Banking and Balance-of-Payments Problems. *American Economic Review*, Jg. 89, S. 473–500.

Kareken, J. und N. Wallace (1981). On the Indeterminacy of Equilibrium Exchange Rates. *Quarterly Journal of Economics*, Jg. 96, S. 207–222.

Kehoe, T. J. (1996). Comments. *NBER Macroeconomics Annual*, S. 378–392.

Keynes, J. M. (1936). The General Theory of Employment, Interest, and Money. Harcourt, Brace, and Co., New York.

Kiguel, M. und N. Liviatan (1992). The Business Cycle Associated with Exchange Rate Based Stabilization. *The World Bank Economic Review*, Jg. 6, S. 279–305.

Kilian, L. und M. P. Taylor (2001). Why is it so Difficult to Beat the Random Walk Forecast of Exchange Rates? CEPR Discussion Paper 3024, Centre for Economic Policy Research, London.

Kim, S.-J. und J. Sheen (2002). The Determinants of Foreign Exchange Intervention by Central Banks: Evidence From Australia. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 21, S. 619–649.

Kirman, A. (1983). Communication in Markets: A Suggested Approach. *Economics Letters*, Jg. 12, S. 1–5.

Klein, M. W. und E. Rosengren (1991). Foreign Exchange Intervention as a Signal of Monetary Policy. *Federal Reserve Bank of Boston New England Economic Review*, S. 39–50.

Konaki, T. (1999). Measuring Noise in Exchange Rate Models. *Journal of International Economics*, Jg. 48, S. 255–270.

Krasker, W. (1980). The 'Peso' Problem in Testing Efficiency of Forward Exchange Markets. *Journal of Monetary Economics*, Jg. 6, S. 269–276.

Kreps, D. M. (1977). A Note on 'Fulfilled Expectations Equilibria'. *Journal of Economic Theory*, Jg. 14, S. 32–43.

Krugman, P. (1979). A Model of Balance-of-Payments Crises. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 11, S. 311–325.

——————— **(1991a).** History vs. Expectations. *Quantitative Journal of Economics*, Jg. 106, S. 651–667.

——————— **(1991b).** Target Zones and Exchange Rate Dynamics. *Quarterly Journal of Economics*, Jg. 106, S. 669–682.

——————— **(1996).** Are Currency Crises Self-Fulfilling? *NBER Macroeconomics Annual*, S. 345–378.

——— **(1999)**. Balance Sheets, the Transfer Problem, and Financial Crises. In: P. Isard, A. Razin und A. Rose (Hg.), International Finance and Financial Crises. Kluwer, Dordrecht.

Kubo, R., K. Matsuo und K. Kitahara (1973). *Journal of Statistical Physics*, Jg. 9, S. 51.

Kurz, M. (1994a). On Rational Belief Equilibria. *Economic Theory*, Jg. 4, S. 859–876.

——— **(1994b)**. On the Structure and Diversity of Rational Beliefs. *Economic Theory*, Jg. 4, S. 877–900.

Kyle, A. S. (1985). Continuous Auctions and Insider Trading. *Econometrica*, Jg. 53, S. 1315–1335.

Lahiri, A. und C. Végh (2000). Delaying the Inevitable: Optimal Interest Rate Policy and BOP Crises. Working Paper, University of California at Los Angeles, Los Angeles.

Lall, S. (1997). Speculative Attacks, Forward Market Intervention and the Classic Bear Squeeze. IMF Working Paper WP/97/164, IMF, New York.

Larrain, F. und A. Velasco (1999). Exchange Rate Policy for Emerging Markets: One Size Does Not Fit All. In: F. Larrain und A. Velasco (Hg.), Essays in International Finance. Princeton University Press, Princeton.

LeBaron, B. (1999). Technical Trading Rule Profitability and Foreign Exchange Intervention. *Journal of International Economics*, Jg. 49, S. 125–143.

Lebowitz, J. L. und P. G. Bergmann (1957). *Annalen der Physik*, Jg. 1, S. 1 ff.

Lee, I. H. (1993). On the Convergence of Informational Cascades. *Journal of Economic Theory*, Jg. 61, S. 395–411.

LeRoy, S. F. (1989). Efficient Capital Markets and Martingales. *Journal of Economic Literature*, Jg. 27, S. 1583–1621.

Levich, R. (1990). Empirical Studies of Exchcange Rates: Price Behavior, Rate Determination and Market Efficiency. In: Jones und Kenen (1990).

Levich, R. und L. R. Thomas (1993). The Significance of Technical Trading-Rule Profits in the Foreign Exchange Market: A Bootstrap Approach. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 12, S. 451–474.

Lewis, K. K. (1995a). Are Foreign Exchange Intervention and Monetary Policy Related and Does It Really Matter? *Journal of Business*, Jg. 68.

———— **(1995b).** Puzzles in International Financial Markets. In: G. Grossmann und K. Rogoff (Hg.), Handbook of International Economics, Volume III. Elsevier, Amsterdam.

Lewis, K. K. und G. L. Kaminsky (1996). Does Foreign Exchange Intervention Signal Future Monetary Policy? *Journal of Monetary Economics*, Jg. 37.

Lo, A. W. (1997). Fat Tails, Long Memory, and the Stock Market Since the 1960s. *Economic Notes*, Jg. 2, S. 213–246.

Lohmann, S. (1990a). Monetary Policy Strategies – A Correction. *IMF Staff Papers*, Jg. 37, S. 440–445.

———— **(1990b).** Optimal Commitment in Monetary Policy: Credibility vs. Flexibility. *American Economic Review*, Jg. 82, S. 273–286.

Loistl, O. (1994). Kapitalmarkttheorie. Oldenbourg, München, 4. Aufl..

Lui, Y.-H. und D. Mole (1998). The Use of Fundamental and Technical Analyses by Foreign Exchange Dealers: Hong Kong Evidence. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 17, S. 535–545.

Lux, T. (1995). Herd Behaviour, Bubbles and Crashes. *Economic Journal*, Jg. 105, S. 881–896.

———— **(1997).** Time Variation of Second Moments From a Noise Trader/Infection Model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Jg. 22, S. 1–38.

Lyons, R. (1995). Tests of Microstructural Hypotheses in the Foreign Exchange Market. *Journal of Financial Economics*, Jg. 39, S. 321–351.

———— **(2001).** The Microstructure Approach to Exchange Rates. MIT Press, Cambridge (Mass).

Lyrio, M. und H. Dewachter (2000). Multiple Equilibria and the Credibility of the Brazilian 'Crawling Peg', 1995-1998. *International Finance*, Jg. 3, S. 1–23.

Mahajan, A. und D. Mehta (1984). Strong Form Efficiency of the Foreign Exchange Market and Bank Positions. *Journal of Financial Research*, Jg. 3, S. 197–207.

——————— **(1986).** Swaps, Expectations, and Exchange Rates. *Journal of Banking and Finance*, Jg. 10, S. 7–20.

Maillet, B. und T. Michel (2000). Further Insights on the Puzzle of Technical Analysis Profitability. *European Journal of Finance*, Jg. 6, S. 196–224.

Malliaris, A. G. und J. L. Stein (1999). Methodological Issues in Asset Pricing: Random Walk or Chaotic Dynamics. *Journal of Banking and Finance*, Jg. 23, S. 1605–1635.

Marimom, R. (1997). Learning from Learning in Economics. In: D. Kreps und K. Wallis (Hg.), Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications. University of Cambridge Press, Cambridge.

Marion, N. P. und R. P. Flood (1996). Speculative Attacks: Fundamental and Self-Fulfilling Prophecies. IMF Working Paper 96–16, International Monetary Fund, Washington (DC).

Mark, N. (1995). Exchange Rates and Fundamentals: Evidence on Long-Horizon Predictability. *American Economic Review*, Jg. 85, S. 201–218.

Mark, N. C. und D. Sul (2001). Nominal Exchange Rates and Monetary Fundamentals: Evidence from a Small Bretton Woods Panel. *Journal of International Economics*, Jg. 53, S. 29–52.

Mark, N. C. und Y. Wu (1998). Rethinking Deviations From Uncovered Interest Parity: The Role of Covariance Risk and Noise. *Economic Journal*, Jg. 108, S. 1686–1706.

Marston, R. W. (1990). Stabilization Policy in Open Economies. In: Jones und Kenen (1990).

Martinez Peria, M. S. (1999a). A Regime Switching Approach to Studying Speculative Attacks: A Focus on European Monetary System Crises. Working Paper 2132, The World Bank Group, New York.

Masson, P. (1999). Contagion: Macroeconomic Models With Multiple Equilibria. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 18, S. 587–602.

Medio, A. (1984). Synergetics and Dynamic Economic Models. In: Goodwin et al. (1984).

Meese, R. und K. Rogoff (1983a). The Out-of-Sample Failure of Empirical Exchange Rate Models: Sampling Error or Misspecification? In: J. A. Frankel (Hg.), Exchange Rates and International Macroeconomics. University of Chicago Press, Chicago.

Meese, R. A. (1990). Currency Fluctuations in the Post-Bretton Woods Era. *Journal of Economic Perspectives*, Jg. 4, S. 117–134.

——————— **(1983c).** Empirical Exchange Rate Models of the Seventies: Do they fit Out-of-Sample? *Journal of International Economics*, Jg. 27, S. 3–24.

Meese, R. A. und A. K. Rose (1991). An Empirical Assessment of Nonlinearities in Models of Exchange Rate Determination. *Review of Economic Studies*, Jg. 58, S. 603–619.

——————— **(1996).** Exchange Rate Instability: Determinants and Predictability. Working Paper, Haas School of Business, University of California.

Mélitz, J. (1988). Monetary Discipline and Cooperaton in the European Monetary System: A Synthesis. In: F. Giavazzi, S. Micossi und M. Miller (Hg.), The European Monetary System. University of Cambridge Press, Cambridge (Mass).

Mendoza, E. G. (1991). Capital Controls and the Dynamic Gains from Trade in a Business Cycle. *IMF Staff Papers*, Jg. 38, S. 480–505.

Menkhoff, L. (1998). The Noise Trading Approach – Questionaire Evidence From Foreign Exchange. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 17, S. 547–564.

Menkhoff, L. und M. Schlumberger (1995). Persistent Profitability of Technical Analysis on Foreign Exchange Markets? *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, Jg. 193, S. 189–216.

Milgrom, P. und N. Stokey (1982). Information, Trade and Common Knowledge. *Journal of Economic Theory*, Jg. 26, S. 17–27.

Miller, M. und A. Sutherland (1991). Britain's Return to Gold and Entry Into the EMS: Expectations, Joining Conditions and Credibility. In: P. Krugman und M. Miller (Hg.), Exchange Rate Targets and Currency Bands. Cambridge University Press, Cambridge.

——————— **(1994).** Speculative Anticipations of Sterling's Return to Gold: Was Keynes Wrong? *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 104, S. 804–812.

Mizrach, B. (1992). Multivariate Nearest-Neighbour Forecasts of EMS Exchange Rates. *Journal of Applied Econometrics*, Jg. 7.

Morris, S. und H. S. Shin (1995). Informational Events that Trigger Currency Attacks. Working Paper 95–24, Federal Reserve Bank of Philadelphia, Philadelphia.

Mount, K. und S. Reiter (1974). The Informational Size of Message Spaces. *Journal of Economic Theory*, Jg. 8, S. 161–192.

Mundell, R. (1961). A Theory of Optimum Currency Areas. *American Economic Review*, Jg. 51, S. 657–665.

Mussa, M. (1974). A Monetary Approach to Balance-of-Payments Analyses. *Journal of Money, Credit and Banking*, S. 333–351.

——————— **(1981).** The Role of Official Intervention. Group of Thirty, New York.

——————— **(1986).** Nominal Exchange Rate Regimes and the Behavior of Real Exchange Rates: Evidence and Implications. *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, Jg. 25, S. 117–214.

Muth, J. (1961). Rational Expectations and the Theory of Price Movements. *Econometrica*, Jg. 29, S. 115–145.

Naranjo, A. und M. Nimalendran (2000). Government Intervention and Adverse Selection Costs in Foreign Exchange Markets. *Review of Financial Studies*, Jg. 13, S. 453–477.

Neely, C., P. Weller und R. Dittmar (1997). Is Technical Analysis in the Foreign Exchange Market Profitable? A Genetic Programming Approach. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Jg. 32, S. 405–426.

Neely, C. und P. A. Weller (2001). Technical Analysis and Central Bank Intervention. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 20, S. 949–970.

Neftci, S. N. (1991). Naive Technical Trading Rules in Financial Markets and Wiener-Kolmogorov Prediction Theory: A Study of Technical Analysis. *Journal of Business*, Jg. 64, S. 405–426.

O'Brien, J. und S. Shrivastava (1991). Dynamic Stock Markets With Multiple Assets: An Experimental Analysis. *Journal of Finance*, Jg. 46, S. 1811–1838.

Obstfeld, M. (1986a). Rational and Self-Fulfilling Balance-of-Payments Crises. *American Economic Review*, Jg. 76, S. 72–81.

——————— **(1986b).** Speculative Attack and the External Constraint in a Maximizing Model of the Balance of Payments. *Canadian Journal of Economics*, Jg. 19, S. 72–81.

——————— **(1991).** Destabilizing Effects of Exchange Rate Escape Clauses. NBER Working Paper 3603, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

——————— **(1994).** The Logic of Currency Crises. *Cahiers Economiques et Monetaires*, Jg. 43, S. 189–213.

——————— **(1995).** International Currency Experience: New Lessons and Lessons Learned. *Brookings Papers on Economic Activity*, Jg. 1, S. 119–220.

——————— **(1996).** Models of Currency Crises With Self-Fulfilling Features. *European Economic Review*, Jg. 40, S. 1037–1047.

——————— **(1997).** Destabilizing Effects of Exchange-Rate Escape Clauses. *Journal of International Economics*, Jg. 43, S. 61–78.

——————— **(1998)**. Open-Economy Macroeconomics: Developments in Theory and Policy. *Scandinavian Journal of Economics*, Jg. 100, S. 247–275.

Obstfeld, M. und K. Rogoff (1983). Speculative Hyperinflations in Maximizing Models: Can We Rule Them Out? *Journal of Political Economy*, Jg. 91, S. 675–687.

——————— **(1986)**. Ruling Out Divergent Speculative Bubbles. *Journal of Monetary Economics*, Jg. 17, S. 349–362.

——————— **(1995a)**. Exchange Rate Dynamics Redux. *Journal of Political Economy*, Jg. 103, S. 624–660.

——————— **(1995b)**. The Mirage of Fixed Exchange Rates. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 9, S. 73–96.

——————— **(1996)**. Foundations of International Macroeconomics. MIT Press, Cambridge, Mass.

——————— **(2000)**. The Six Major Puzzles in International Macroeconomics: Is There a Common Cause? NBER Working Paper 7777, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

Obstfeld, M. und A. C. Stockman (1990). Exchange-Rate Dynamics. In: Jones und Kenen (1990).

Officer, L. H. (1996). Between the Dollar-Sterling Gold Points. Cambridge University Press, Cambridge.

O'Hara, M. und G. Oldfield (1986). The Microeconomics of Market Making. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Jg. 21, S. 361–376.

Osler, C. L. (1995). Exchange Rate Dynamics and Speculator Horizons. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 14, S. 695–719.

——————— **(1998)**. Short-Term Speculators and the Puzzling Behaviour of Exchange Rates. *Journal of International Economics*, Jg. 45, S. 37–57.

——————— **(2000)**. Support for Resistance: Technical Analysis and Intraday Exchange Rates. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, o.Jg., S. 53–68.

Otani, K. (1989). The Collapse of a Fixed Exchange Rate Regime With a Discrete Realignment of the Exchange Rate. *Journal of Japanese and International Economics*, Jg. 3, S. 250–269.

Ozkan, F. G. und A. Sutherland (1994). A Model of the ERM Crisis. CEPR Discussion Paper 879, Centre for Economic Policy Research, London.

——————— **(1995).** Policy Measures to Avoid a Currency Crisis. *Economic Journal*, Jg. 105, S. 510–519.

Palomino, F. (1996). Noise Trading in Small Markets. *Journal of Finance*, Jg. 51, S. 1537–1550.

Paul, W. und J. Baschnagel (1999). Stochastic Processes: From Physics to Finance. Springer, Heidelberg.

Pawula, R. F. (1967). Approximation of the Linear Boltzmann Equation by the Fokker-Planck Equation. *Physical Review*, Jg. 162, S. 186–188.

Persson, T. und G. Tabellini (1990). Macroeconomic Policy, Credibility and Politics. Haarwood, Chur.

Peters, E. E. (1994). Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics. John Wiley and Sons, 1994.

Planck, M. (1917). *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften*, S. 324 ff.

Plott, C. R. und S. Sunder (1982). Efficiency of Experimental Security Markets With Insider Information: An Application of Rational Expectations Models. *Journal of Political Economy*, Jg. 90, S. 663–698.

——————— **(1988).** Rational Expectations and Aggregation of Diverse Information in Laboratory Security Markets. *Econometrica*, Jg. 56, S. 1085–1118.

Radelet, S. und J. Sachs (1998a). The East Asian Financial Crisis: Diagnosis, Remedies, Prospects. *Brookings Papers on Economic Activity*, Jg. 1, S. 1–90.

——————— **(1998b).** The Onset of the East Asian Fiancial Crisis. Working Paper, Harvard Institute for International Development, Cambridge, Massachusetts.

Reagle, D. und D. Salvatore (2000). Forecasting Financial Crises in Emerging Market Economies. *Open Economies Review*, Jg. 11, S. 247–259.

Reitz, S. (2002). Central Bank Intervention and Exchcange Rate Expectations - Evidence from the Daily DM/US-Dollar Exchange Rate. Discussion

Paper, Economic Research Centre of the Deutsche Bundesbank 17/02, Deutsche Bundesbank, Frankfurt/Main.

Risken, H. (1996). The Fokker-Planck Equation. Methods of Solution and Applications. Springer, 2. Aufl.

Risken, H. und H. D. Vollmer (1979). *Zeitschrift für Pysik (B)*, Jg. 35, S. 313 ff.

Rodriguez, C. (1978). A Stylized Model of the Devaluation-Inflation Spiral. *IMF Staff Papers*, Jg. 25, S. 76–89.

Rogers, E. M. (1983). Diffusion of Innovations. Free Press, New York.

Rogoff, K. (1996). The Purchasing Power Parity Puzzle. *Journal of Economic Literature*, Jg. 34, S. 647–668.

Russell, T. und R. H. Thaler (1985). The Relevance of Quasi Rationality in Competitive Markets. *American Economic Review*, Jg. 75, S. 1071–1082.

Sachs, J., A. Tornell und A. Velasco (1996). Financial Crises in Emerging Markets: The Lessons From 1995. *Brookings Papers on Economic Activity*, Jg. 16, S. 147–215.

Salant, S. und D. Henderson (1978). Market Anticipations of Government Policies and the Price of Gold. *Journal of Political Economy*, Jg. 86, S. 627–648.

Salant, S. W. (1983). The Vulnerability of Price Stabilization Schemes to Speculative Attacks. *Journal of Political Economy*, Jg. 91, S. 1–38.

Salvatore, D. (1999). Could the Financial Crissis in Asia Have Been Predicted? *Journal of Policy Modeling*, Jg. 31, S. 341–348.

Samuelson, P. (1965). Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Industrial Management Review*, Jg. 6, S. 41–49.

Sarantis, N. (1999). Modeling Non-Linearities in Real Effective Exchange Rates. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 18, S. 27–45.

Sargent, T. J. (1993). Bounded Rationality in Macroeconomics. Clarendon Press, Oxford.

Sargent, T. J. und N. Wallace (1973). Rational Expectations and the Dynamics of Hyperinflation. *International Economic Review*, Jg. 14, S. 328–350.

——————— **(1981).** Some Unpleasant Monetarist Arithmetic. *Quarterly Review, Federal Reserve Bank of Minneapolis*, Jg. 5, S. 1–17.

Sarno, L. und M. Taylor (2001). Official Intervention in the Foreign Exchange Markets: Is it Effective and, If So, How Does it Work? *Journal of Economic Literature*, Jg. 39, S. 839–868.

Scharfstein, D. S. und J. C. Stein (1990). Herd Behavior and Investment. *American Economic Review*, Jg. 80, S. 465–479.

Schenzle, A. und H. Brand (1979). Multiplicative Stochastic Processes in Statistical Physics. *Physical Review A*, Jg. 20, S. 1628–1647.

Schoonbeek, L. (1995). The Instantaneous Speed of Adjustment Assumption and Stability of Economic Models. *Economic Theory*, Jg. 5, S. 353–359.

Schulmeister, S. (1988). Currency Speculation and Dollar Fluctuations. *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, Jg. 167, S. 343–365.

Schwert, G. W. (1981). The Adjustment of Stock Prices to New Information About Inflation. *Journal of Finance*, Jg. 36, S. 15–30.

Shiller, R. J. (1984). Stock Prices and Social Dynamics. *Brookings Papers on Economic Activity*, Jg. 2, S. 457–510.

——————— **(1995).** Conversation, Information, and Herd Behavior. *American Economic Review Papers and Proceedings*, Jg. 85, S. 181–185.

Shiller, R. J. und J. Pound (1987). Are Institutional Investors Speculators? *Journal of Portfolio Management*, Jg. Spring, S. 46–52.

——————— **(1989).** Survey Evidence on Diffusion of Interest and Information Among Investors. *Journal of Economic Behavior and Organization*, Jg. 12, S. 47–66.

Shleifer, A. (2000). Inefficient Markets: An Introduction to Behavioral Finance. Oxford University Press, Oxford.

Shleifer, A. und L. H. Summers (1990). The Noise Trader Approach to Finance. *Journal of Economic Perspectives*, Jg. 4, S. 19–33.

Siddiqui, S. (1998). A Qualitative Threshold Model of Daily Exchange Rate Movements. *Economics Letters*, Jg. 59, S. 243–248.

Silverberg, G. (1984). Embodied Technical Progress in a Dynamic Economic Model: The Self-Organization Paradigm. In: Goodwin et al. (1984).

Smith, P. N. und M. R. Wickens (2002). Macroeconomic Sources of Forex Risk. CEPR Discussion Paper 3148, Centre for Economic Policy Research, London.

So, J. C. (1994). The Speculative Behavior of Commercial Banks and Foreign Exchange Rates: An Empirical Analysis. *Research in International Business and Finance*, Jg. 11A, S. 107–130.

Sola, M. (1991). Essays on Speculative Attacks on Fixed Exchange Rate Regimes, Speculative Bubbles and Endogenous Switching Regime Estimation. PhD-Thesis, University of Southampton, Southampton.

Stein, E. und J. Streb (1994). Political Stabilization Cycles in High Inflation Economies. CIDER Working Paper C94-039, University of California at Berkeley, Berkeley.

Stein, J. (1987). Informational Externalities and Welfare-Reducing Speculation. *Journal of Political Economy*, Jg. 95, S. 1123–1145.

Stein, J. C. (1989). Cheap Talk and the Fed: A Theory of Imprecise Policy Announcements. *American Economic Review*, Jg. 79, S. 32–42.

Stein, J. L. (1961). Destabilizing Speculative Activity Can Be Profitable. *Review of Economic Studies*, Jg. 43, S. 301–302.

Stockman, A. C. (1983). Real Exchange Rates Under Alternative Exchange Rate Regimes. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 2, S. 147–166.

Svensson, L. (1993). Fixed Exchange Rates as a Means to Price Stability: What Have We Learned? NBER Working Paper 4504, National Bureau of Economic Research, Cambridge (Mass).

Sweeney, R. J. (1986). Beating the Foreign Exchange Market. *Journal of Finance*, Jg. 41, S. 163–182.

Szarkmary, A. und I. Mathur (1997). Central Bank Intervention and Trading Rule Profits in Foreign Exchange Markets. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 16, S. 513–535.

Talvi, E. (1994). Exchange-Rate-Based Stabilization With Endogenous Fiscal Response. Working Paper, November 14th, University of Chicago, Chicago.

Taylor, J. und M. Woodford (Hg.) (1999). Handbook of Macroeconomics. North-Holland, New York.

Taylor, M. P. (1995). The Economics of Exchange Rates. *Journal of Economic Literature*, Jg. 29, S. 13–47.

Taylor, M. P. und H. Allen (1992). The Use of Technical Analysis in the Foreign Exchange Market. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 11, S. 304–314.

Taylor, M. P. und D. A. Peel (2000). Nonlinear Adjustment, Long-Run Equilibrium and Exchange Rate Fundamentals. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 19, S. 33–53.

Taylor, M. P., D. A. Peel und L. Sarno (2001). Nonlinear Mean-Reversion in Real Exchange Rates: Towards a Solution to the Purchasing Power Parity Puzzles. *International Economic Review*, Jg. 42, S. 1015–1042.

Taylor, S. J. (1992). Rewards Available to Currency Speculators: Compensation For Risk or Evidence of Inefficient Pricing. *Economic Record Supplement*, Jg. 68, S. 105–116.

Timmerman, A. (1993). How Learning in Financial Markets Generates Excess Volatility and Predictability in Stock Prices. *Quarterly Journal of Economics*, Jg. 108, S. 1135–1145.

———————— **(1996).** Excess Volatility and Predictability of Stock Prices in Autoregressive Dividend Models With Learning. *Review of Economic Studies*, Jg. 63, S. 523–557.

Tirole, J. (1982). On the Possibility of Speculation Under Rational Expectations. *Econometrica*, Jg. 50, S. 1163–81.

Tobin, J. (1974). The New Economics, One Decade Older. Princeton University Press, Princeton.

Tornell, A. und A. Velasco (1998). Fiscal Discipline and the Choice of a Nominal Anchor in Stabilization. *Journal of International Economics*, Jg. 46, S. 1–30.

——— **(2000).** Fixed vs. Flexible Exchange Rates: Which Provides More Fiscal Discipline? *Journal of Monetary Economics*, Jg. 45, S. 399–436.

Townsend, R. M. (1980). Forecasting the Forecasts of Others. *Journal of Political Economy*, Jg. 91, S. 546–588.

Trueman, B. (1994). Analyst Forecasts and Herding Behavior. *Review of Financial Studies*, Jg. 7, S. 97–124.

Tversky, A. und D. Kahneman (1971). Belief in the Law of Small Numbers. *Psychological Bulletin*, Jg. 76, S. 105–110.

——— **(1973).** Availiability: A Heuristic for Judging Frequency and Probability. *Cognitive Psychology*, Jg. 42, S. 207–232.

——— **(1974).** Judgement Under Uncertainty: Heuristics and Biases. *Science*, Jg. 185, S. 1124–1131.

——— **(1981).** The Framing of Decisions and the Psychology of Choice. *Science*, Jg. 22, S. 453–458.

——— **(1983).** Extensional vs. Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment. *Psychological Review*, Jg. 90, S. 293–315.

——— **(1991).** Loss Aversion and Riskless Choice: A Reference Dependent Model. *Quarterly Journal of Economics*, Jg. 6, S. 1039–1061.

Uribe, M. (1996). Comparing the Welfare Costs and the Initial Dynamics of Alternative Temporary Stabilization Policies. International Finance Discussion Papers 539, Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington (DC).

van der Ploeg, F. (1985). Rational Expectations and Chaos in Financial Markets. *Economic Journal*, S. 151–162.

van der Ploeg, F. (Hg.) (1994). The Handbook of International Macroeconomics. Blackwell, Cambridge (Mass).

van Kampen, N. G. (1961). *Canadian Journal of Physics*, Jg. 39, S. 551.

——— **(1976).** The Expansion of the Master Equation. *Advances in Chemical Physics*, Jg. 34, S. 245 ff.

van Wijnbergen, S. (1988). Inflation, Balance-of-Payments Crises and Public Sector Deficits. In: Helpman et al. (1988).

——— **(1991).** Fiscal Deficits, Exchange Rate Crises and Inflation. *Review of Economic Studies*, Jg. 58, S. 81–92.

Varian, H. (1986). Differences of Opinion and the Volume of Trade. Working Paper, University of Michigan, AnnArbor.

Velasco, A. (1987). Financial Crises and Balance-of-Payments Crises. *Journal of Development Economics*, Jg. 27, S. 263–283.

——— **(1994).** Are Balance-of-Payments Crises Rational? A Dynamic Game Approach. Research Report RR9408, New York University, New York.

Velasco, a. (1996). Fixed Exchange Rates: Credibility, Flexibility and Multiplicity. *European Economic Review*, Jg. 40, S. 1023–1035.

Velasco, A. (1997). When are Fixed Exchange Rates Really Fixed? *Journal of Development Economics*, Jg. 54, S. 5–26.

Vickers, J. (1986). Signalling in a Model of Monetary Policy With Incomplete Information. *Oxford Economic Papers*, Jg. 38, S. 443–455.

Walsh, D. (1999). Uncertain Information Release and Informed Trading. *Applied Financial Economics*, Jg. 9, S. 21–30.

Weber, A. A. (1994). Foreign Exchange Intervention and International Policy Coordination. CEPR Discussion Paper 1038, Centre for Economic Policy Research, London.

Wei, S.-J. und J. Kim (1999). The Big Players in the Foreign Exchange Market: Do They Trade on Information or Noise? CID Working Papers 5, Harvard University, Cambridge (Mass).

Weidlich, W. (1971). The Statistical Description of Polarisation Phenomena in Society. *British Journal of Mathematics and Statistical Psychology*, Jg. 24, S. 251 ff.

——— **(1972).** The Use of Statistical Models in Sociology. *Collective Phenomena*, Jg. 1, S. 51 ff.

——— **(1990).** Das Modellierungskonzept der Synergetik für dynamische sozio-ökonomische Prozesse. In: Witt (1990).

Weidlich, W. und T. Brenner (1990). Dynamics of Demand Including Fashion Effects for Interacting Consumer Groups. In: Witt (1990).

Weidlich, W. und G. Haag (1983). Concepts and Models of a Quantitative Sociology. Springer, Heidelberg.

Welch, I. (1992). Sequential Sales, Learning, and Cascades. *Journal of Finance*, Jg. 47, S. 97–124.

——————— **(2000).** Herding Among Security Analysts. *Journal of Financial Economics*, Jg. 58, S. 369–396.

Werner, A. (1996). Mexico's Currency Risk Premia in 1992–1994: A Closer Look at the Interest Rate Differentials. Working Paper WP/96/41, International Monetary Fund, Washington (DC).

Wilfling, B. und W. Maennig (2001). Exchange Rate Dynamics in Anticipation of Time-Contingent Regime Switching: Modelling the Effects of a Possible Delay. *Journal of Money, Credit and Banking*, Jg. 20, S. 91–113.

Willman, A. (1988a). Balance-of-Payments Crises and Monetary Policy Reactions in a Model With Imperfect Substitutability Between Domestic and Foreign Bonds. *Economics Letters*, Jg. 26, S. 77–81.

——————— **(1988b).** The Collapse of a Fixed Exchange Rate Regime With Sticky Prices and Imperfect Substitutability Between Domestic and Foreign Bonds. *European Economic Review*, Jg. 32, S. 1817–1838.

Winckler, G. (1991). Exchange Rate Appreciation as a Signal of a New Policy Stance. IMF Working Paper 32, IMF, New York.

Witt, U. (Hg.) (1990). Studien zur evolutorischen Ökonomik. Duncker und Humblot, Berlin.

Working, H. (1934). A Random-Difference Series for Use in the Analysis of Time Series. *Journal of the American Statistical Association*, Jg. 29, S. 11–24.

——————— **(1949).** Investigation of Economic Expectations. *American Economic Review*, Jg. 39.

Wyplosz, C. (1986a). Capital Controls and Balance-of-Payments Crises. *Journal of International Money and Finance*, Jg. 5, S. 167–179.

Zwiebel, J. (1995). Corporate Conservatism and Relative Compensation. *Journal of Political Economy*, Jg. 103, S. 1–25.

SCHRIFTEN ZUR WIRTSCHAFTSTHEORIE UND WIRTSCHAFTSPOLITIK

Herausgegeben von Rolf Hasse, Jörn Kruse, Wolf Schäfer,
Thomas Straubhaar, Klaus W. Zimmermann

Band 1 Lars Bünning: Die Konvergenzkriterien des Maastricht-Vertrages unter besonderer Berücksichtigung ihrer Konsistenz. 1997.

Band 2 Andreas Henning: Beveridge-Kurve, Lohnsetzung und Langzeitarbeitslosigkeit. Eine theoretische Untersuchung unter Berücksichtigung des Insider-Outsider-Ansatzes und der Entwertung des Humankapitals. 1997.

Band 3 Iris Henning: Die Reputation einer Zentralbank. Eine theoretische Untersuchung unter besonderer Berücksichtigung der Europäischen Zentralbank. 1997.

Band 4 Rüdiger Hermann: Ein gemeinsamer Markt für Elektrizität in Europa. Optionen einer Wettbewerbsordnung zwischen Anspruch und Wirklichkeit. 1997.

Band 5 Alexander Tiedtke: Japan und der Vorwurf des Trittbrettfahrerverhaltens in der US-amerikanisch-japanischen Allianz. 1997.

Band 6 Wolfgang Grimme: Ordnungspolitisches Konzept der Regionalpolitik. Darstellung der Defizite und des Reformbedarfs der Regionalpolitik am Beispiel Mecklenburg-Vorpommerns. 1997.

Band 7 Christian Ricken: Determinanten der Effektivität der Umweltpolitik. Der nationale Politikstil im Spannungsfeld von Ökonomie, Politik und Kultur. 1997.

Band 8 Christian Schmidt: Real Convergence in the European Union. An Empirical Analysis. 1997.

Band 9 Silvia Marengo: Exchange Rate Policy for MERCOSUR: Lessons from the European Union. 1998.

Band 10 Jens Kleinemeyer: Standardisierung zwischen Kooperation und Wettbewerb. Eine spieltheoretische Betrachtung. 1998.

Band 11 Stefan M. Golder: Migration und Arbeitsmarkt. Eine empirische Analyse der Performance von Ausländern in der Schweiz. 1999.

Band 12 Stefan Kramer: Die Wirkung einer Internationalisierung des Yen auf die japanischen Finanzmärkte, die japanische Geldpolitik und die Usancen der Fakturierung. 1999.

Band 13 Antje Marielle Gerhold: Wirtschaftliche Integration und Kooperation im asiatisch-pazifischen Raum. Die APEC. 1999.

Band 14 Tamim Achim Dawar: Deutsche Direktinvestitionen in Australien. Eine Evaluation der theoretischen Erklärungsansätze und der Standortattraktivität des Produktions- und Investitionsstandortes Australien. 1999.

Band 15 Hans-Markus Johannsen: Die ordnungspolitische Haltung Frankreichs im Prozeß der europäischen Einigung. 1999.

Band 16 Annette Schönherr: Vereinigungsbedingte Dimensionen regionaler Arbeitsmobilität. Wirkungen unter analytisch einfachen Bedingungen und potentielle individuelle Migrationsgewinne in Deutschland nach der Vereinigung. 1999.

Band 17 Henrik Müller: Wechselkurspolitik des Eurolandes. Konfliktstoff für die neue währungspolitische Ära. 1999.

Band 18 Lars H. Wengorz: Die Bedeutung von Unternehmertum und Eigentum für die Existenz von Unternehmen. Eine methodenkritische Analyse der Transformation des Wirtschaftssystems in Russland. 2000.

Band 19 Eckart Bauer: Konzeptionelle Grundfragen eines Kinderleistungsausgleichs im Rahmen einer umlagefinanzierten zwangsweisen Rentenversicherung. 2000.

Band 20 Hubertus Hille: Enlarging the European Union. A Computable General Equilibrium Assessment of Different Integration Scenarios of Central and Eastern Europe. 2001.

Band 21 Tobias Just: Globalisierung und Ideologie. Eine Analyse der Existenz und Persistenz von Partisaneffekten bei zunehmender Internationalisierung der Märkte. 2001.

Band 22 Simone Claber: Großbritannien und die Europäische Integration unter besonderer Berücksichtigung ordnungspolitischer Aspekte. 2002.

Band 23 Silvia Rottenbiller: Essential Facilities als ordnungspolitisches Problem. 2002.

Band 24 Peggy Dreyhaupt von Speicher: Die Regionen Polens, Ungarns und der Tschechischen Republik vor dem EU-Beitritt. Interregionale Disparitäten, Bestimmungsfaktoren und Lösungsansätze. 2002.

Band 25 Gerhard Rösl: Seigniorage in der EWU. Eine Analyse der Notenbankgewinnentstehung und -verwendung des Eurosystems. 2002.

Band 26 Jörn Quitzau: Die Vergabe der Fernsehrechte an der Fußball-Bundesliga. Wohlfahrtsökonomische, wettbewerbspolitische und sportökonomische Aspekte der Zentralvermarktung. 2003.

Band 27 Małgorzata Stankiewicz: Die polnische Telekommunikation vor dem EU-Beitritt. 2003.

Band 28 Sarah Schniewindt: Einführung von Wettbewerb auf der Letzten Meile. Eine ökonomische Analyse von Netzinfrastruktur und Wettbewerbspotential im Teilnehmeranschlussbereich. 2003.

Band 29 Jens Bruderhausen: Zahlungsbilanzkrisen bei begrenzter Devisenmarkteffizienz. Ein kapitalmarkttheoretischer Ansatz. 2004.

Peter Lang · Europäischer Verlag der Wissenschaften

Eric Ringhut

Erwartungsbildung und Preisfindung auf Finanzmärkten

Adaptive Fuzzyregel-basierte Erwartungen auf einem künstlichen Devisenmarkt

Frankfurt am Main, Berlin, Bern, Bruxelles, New York, Oxford, Wien, 2003.
XXIII, 330 S., zahlr. Abb., zahlr. Tab. und Graf.
Dynamische Wirtschaftstheorie. Herausgegeben von Thomas Lux. Bd. 25
ISBN 3-631-51214-7 · br. € 50.10*

Die dominierenden Ansätze zur Modellierung von Erwartungen sind empirisch nicht haltbar. Sie beziehen entweder nicht alle zur Verfügung stehenden Informationen ein und vernachlässigen Lernprozesse oder unterstellen vollkommene Kenntnis des zugrundeliegenden Modells und unbeschränkte Lernfähigkeit. Dieser Kritik wird mit einem neuartigen Ansatz begegnet, der Erwartungen über die Software GENEFER als adaptives Fuzzyregelsystem abbildet und damit den Ansprüchen Interpretierbarkeit, Abbildung von Unsicherheit und Lernfähigkeit genügt. Dieser Ansatz wird durch FX-Agent in eine Simulationsumgebung eingebettet, die einen künstlichen Devisenmarkt darstellt. Neben der ausführlichen Beschreibung der beiden Applikationen werden in Simulationsstudien die Wirkungsweise und Marktergebnisse erläutert.

Aus dem Inhalt: Devisenmärkte, Erwartungsbildung und Wechselkursmodelle · Adaptive Fuzzyregel-basierte Erwartungen · Simulationsstudien mit FX-Agent und GENEFER

